Un système complexe astrophysique

Amas stellaires : des réseaux naturels d'interaction

Dynamique stellaire et graphe dynamique

R. Hildebrand – LJK & I. Joncour - IPAG

Equipe Appel à idées RNSC 2009

Aude Maignan, Stéphane Despréaux, Roland Hildebrand, Guillaume James, Antoine Girard

Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK) – UJF / CNRS – Grenoble

aude.maignan@imag.fr, Despreaux@imag.fr, Roland.Hildebrand@imag.fr, Guillaume.James@imag.fr, antoine.girard@imag.fr

Isabelle Joncour, Hervé Beust, Estelle Moraux, Jérôme Bouvier

Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UJF / CNRS - Grenoble

isabelle.joncour@obs.ujf-grenoble.fr, Herve.Beust@obs.ujf-grenoble.fr, estelle.moraux@obs.ujf-grenoble.fr, jerome.bouvier@obs.ujf-grenoble.fr

Amas stellaires

Amas

Concentration locale d'étoiles ponctuelles liées entre elles par l'interaction gravitationnelle continue dans le temps

Caractéristiques

	Amas ouverts	Amas globulaires
Nbre étoiles	10 à 10^4 étoiles	10^5 à 10^6 étoiles
Diamètre	1 à 10 pc	20 à 100 pc
Âge	10^5 ans à 10^8 ans	> 10^{10} ans
Masse totale	10 à 10^4 Msol	1 à 5 10^6 Msol
Distribution Galaxie	Plan galactique	Halo

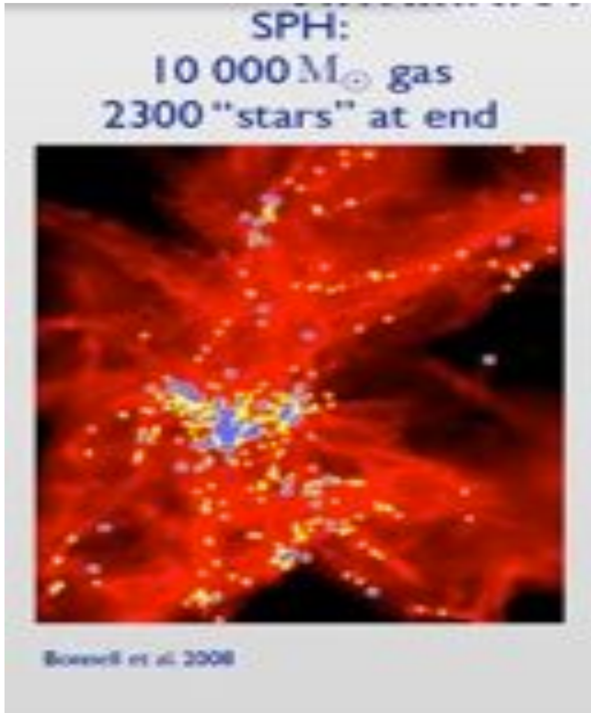
Structures

systèmes multiples : étoiles binaires, triples, …(> 50%)

Sous-amas : structures filamentaires et sous-amas

Dynamique

Dynamique d'ensemble dépend de la dynamique de chaque composant
Évolution dynamique de chaque composant dépend de son environnement



Amas ouverts : les Pléïades

Région dy Taureau-Orion (IRAS) *T. Prebisch*

Amas globulaires : M80

Temps

Amas stellaires : Systèmes Dynamiques
Réseaux Complexes — Graphes Dynamiques

Amas stellaire : système dynamique

Formalisation mathématique d'un système mécanique, déterministe et causal doté d'une loi d'évolution dans le temps   Sensibilité aux conditions initales ; grandes disparités des échelles de temps et d'espace

Amas stellaire : réseau complexe valué

Noeuds : étoiles (ou systèmes multiples ou sous-structures)

Liens : intensité de l'interaction gravitationnelle

Réseau multi-échelle : systèmes multiples et sous-amas

Amas : système complexe

Grand nombre d'entités en interaction locale et simultanée

Graphe d'interaction non trivial

Boucles de rétroaction : l'état à temps donné d'une entité influence son état futur via l'état des autres entités (voisines ou la composant)

2 axes au projet RNSC

1. **Cadre nouveau d'analyse** des observations et des simulations

   Pb Peu d'outils adaptés pour comparer les observations et/ou les simulations des amas stellaires entre elles

   Sol. : Caractérisation des amas stellaires dans le cadre des réseaux complexes (degrés, mesures de centalité, spectre de degrés valués, construction des arbres, recherche de communautés, …)

2. **Simulation numérique novatrice** d'évolution dynamique dans le champ de l'astrophysique et des math. applis

   Pb : intégration numérique de N corps composés en sous-systèmes soumis à des rencontres proches et des changements de hiérarchie

   Sol. : À l'interface de la mécanique céleste et de la physique stellaire : proposition d'un nouveau schéma d'intégration symplectique d'un système hamiltonien sur un arbre non-binaire évolutif (graphe dynamique)

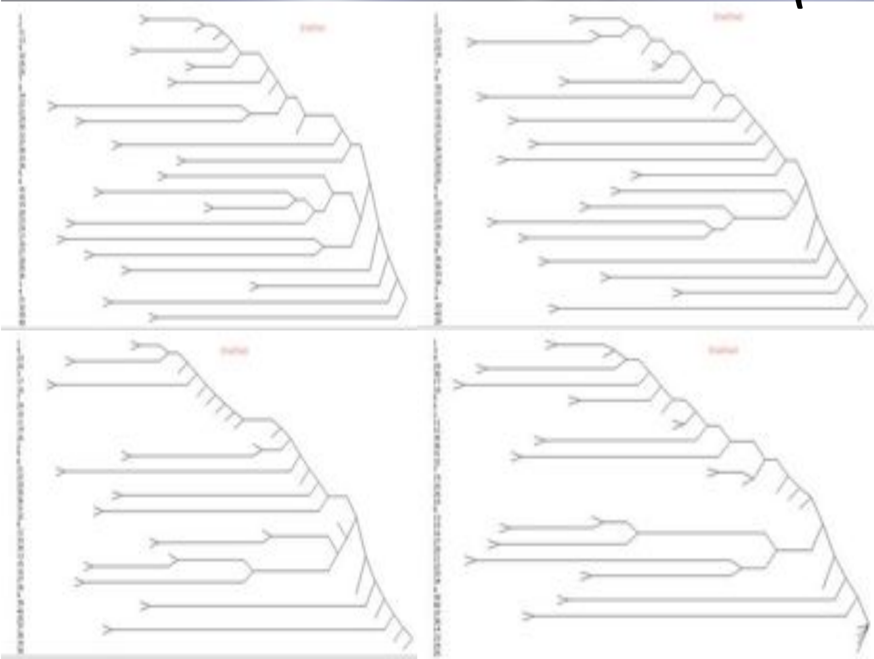
1. Cadre d'analyse (1) : Évolution de la hiérarche dans les amas

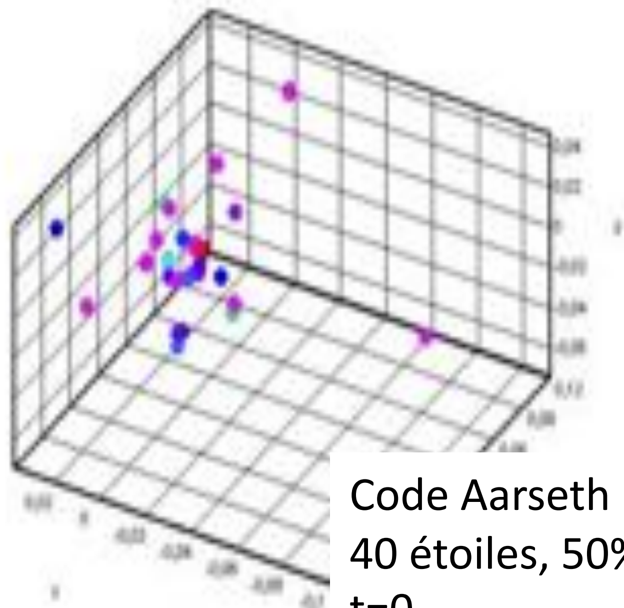
Représentation instantanée des amas en réseau

Noeud *i* de poids : m_i

lien entre *i* et *j* : $$e_{ij} = G\frac{m_i m_j}{r_{ij}} / e_{\min}$$

Calcul de l'arborescence (Algo. agglomératif de Johnson)





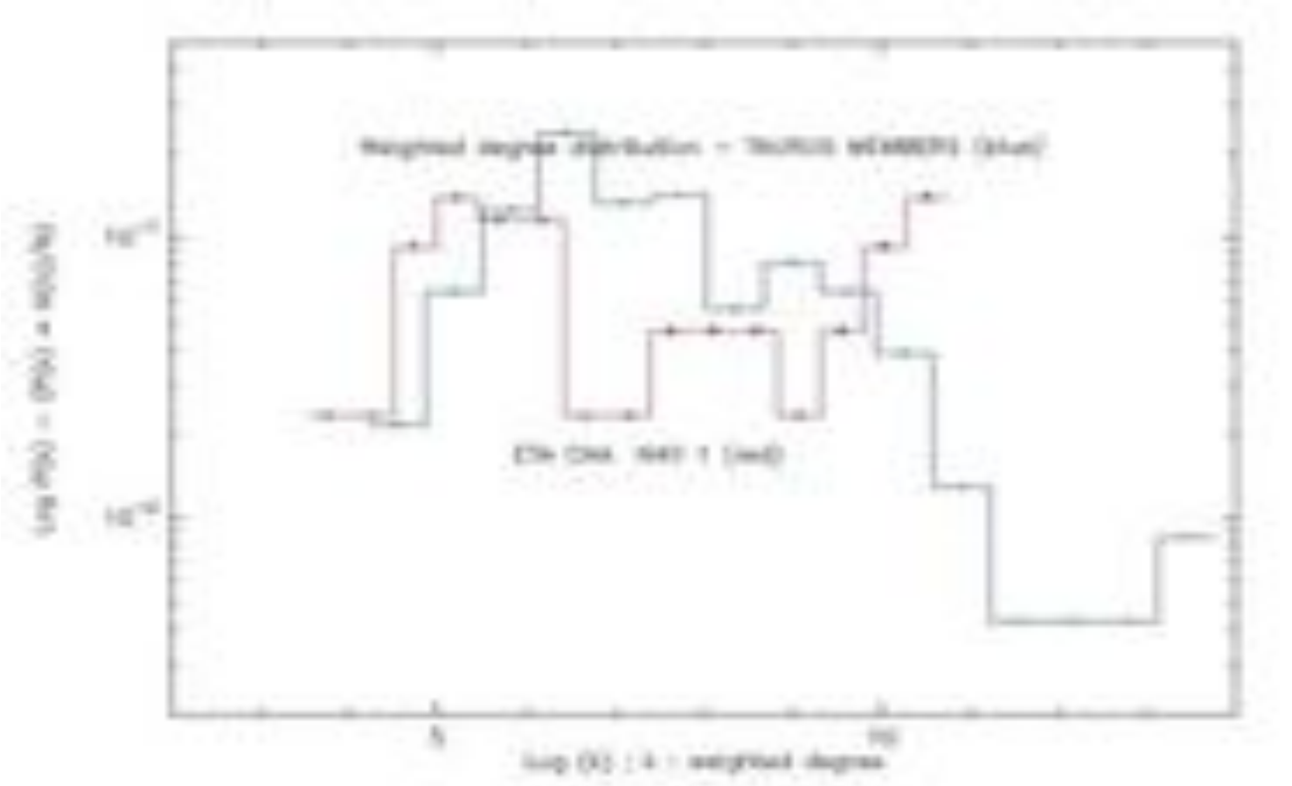
Code Aarseth (Nbody4)
40 étoiles, 50% binaires
t=0

1. Cadre d'analyse (2) : Spectre de degrés et état du système

Simulation Nbody (Aarseth)

distribution uniforme

équilibre hydrostatique (sphère de Plummer)



Observations Taureau

Décroissance du spectre

signature du déclenchement de formation d'étoiles autour des étoiles les plus massives / scénario de l'attachement préférentiel ?

2. Simulation numérique novatrice : la Dynamique

Système hamiltonien gravitationnel

$$H(x,p) = \sum_i \frac{||p_i||^2}{2m_i} - \sum_{i<j} G \frac{m_i m_j}{||x_i - x_j||}$$

Dynamique structurée

- dynamique de l'amas
- dynamique des rencontres individuelles proches
- dynamique de systèmes multiples

À gérer simultanément des dynamiques opérant sur des échelles de temps et d'espace très différentes

Simulation

Problème à N corps

- pour $N > 2$ pas de solution analytique
- intégration directe d'ordre N^2 est coûteuse et instable

Deux approches connues

- intégration symplectique
- arbre dynamique (de la hiérarchie des interactions)

[Verlet, 1967], [Forest et Ruth, 1990], [Yoshida, 1990]

[Barnes et Hut, 1986], [Aarseth, 2003], [Beust, 2003]

Intégration symplectique

Évolution des coordonnées $z = (x, p)$ d'un système avec Hamiltonien $H(x, p)$

$$\dot{z} = \{z, H(z)\} = D_H z \quad \Rightarrow \quad z(t) = \exp(tD_H)z(0)$$

$\{\cdot, \cdot\}$ crochet de Poisson, D_H opérateur correspondant

méthode de Verlet (Størmer, [Verlet, 1967])
supposons $H = H_A + H_B$, où le système Hamiltonien avec H_A ou H_B seul est facilement intégrable

$$\begin{aligned} z(\tau) &= \exp(\tau(D_{H_A} + D_{H_B}))z(0) \\ &\approx \exp(\frac{\tau}{2} D_{H_B}) \exp(\tau D_{H_A}) \exp(\frac{\tau}{2} D_{H_B}) z(0) \end{aligned}$$

si $H_B \approx \varepsilon H_A$, l'erreur commise est d'ordre $O(\varepsilon\tau^2)$

Arbres dynamiques

terme principal H_A:

- contient l'essentiel de l'interaction pour chaque corps
- les différentes échelles de temps et d'espace sont découplées

Hamiltonien résiduel H_B:

- contient les couplages entre différentes échelles de temps et d'espace
- ne dépend que de la coordonnée x

découplage et séparation par changement des coordonnées: transformation canonique

Exemples

Système solaire
un corps dominant contient presque toute la masse totale
méthode MVS (mixed variable symplectic)
coordonnées de Jacobi [Wisdom et Holman, 1991]
$H_A \sim$ interactions des planètes avec le corps central
$H_B \sim$ interactions des planètes entre eux

Arbre binaire
méthode HJS (hierarchical Jacobi symplectic) [Beust, 2003]
coordonnées de Jacobi généralisées
$H_A \sim$ dynamique keplerienne dans chaque paire
$H_B \sim$ interactions résiduelles

Amas stéllaires

- ni corps central ni arbre binaire
- rencontres proches peuvent changer la hiérarchie

Nouvelles méthodes à devélopper!

Graphes dynamiques

- arbre n'est pas statique: adapté si H_B devient grand
- système de coordonnées augmenté: chaque noeud de l'arbre a ses propres coordonnées
- pas de temps adapté à l'échelle de temps: puissances de 2

en alternance: recalcul de l'arbre et avancement dans le temps par intégration symplectique
$H_A \sim$ interactions de noeuds ayant un ascendant direct commun
$H_A = H_1 + \cdots + H_K$ décomposition en termes commutatifs représentant les différentes échelles de temps et de l'espace
$H_B \sim$ interactions résiduelles

Illustration 1 : distribution spatiale

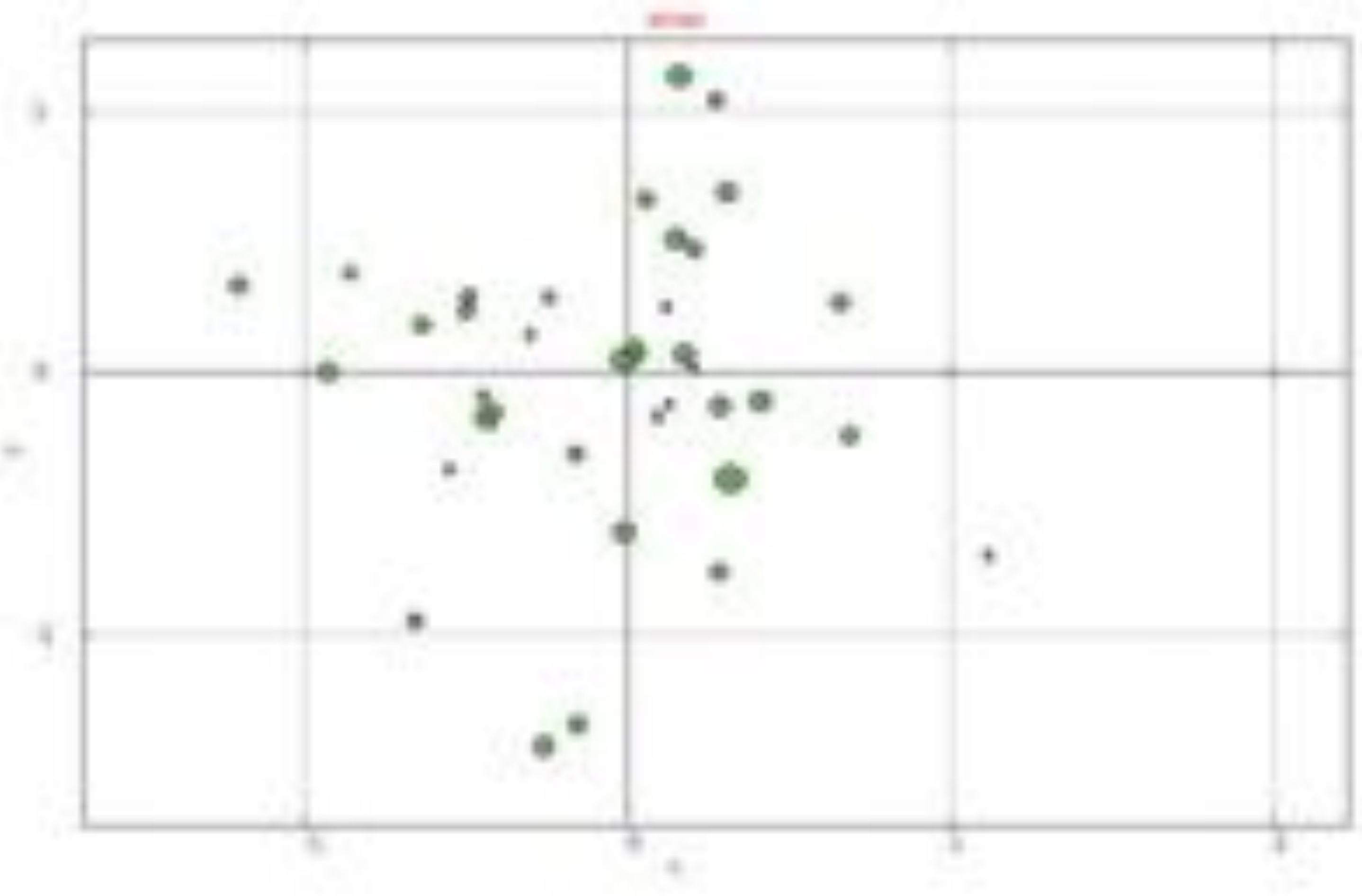
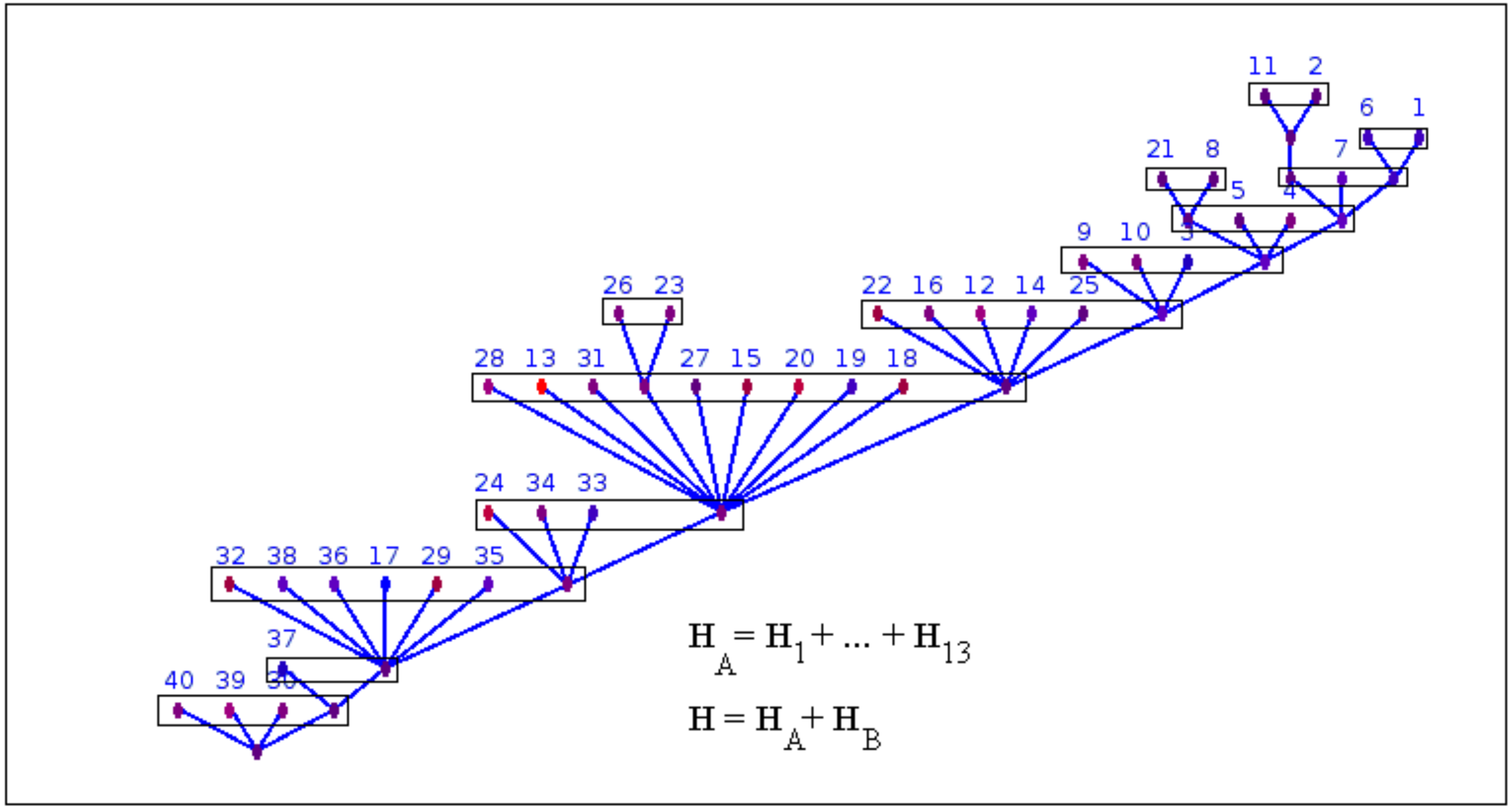


Illustration 2 : arbre



A faire encore…

- Cadre d'analyse
  - Caractériser la catégorie des réseaux stellaires
  - Identifier les mesures adaptées à des comparaisons de graphes
- Tests code numérique
  - Fiabilité (conservation énergie, moment angulaire)
  - Optimisation du temps de calcul
  - Situations physique en mécanique céleste
  - Autres simulations numériques (Nbody, Starlab)