

Opérations sur les rationnels

9, 14 janvier 2019

http://ljk.imag.fr/membres/Pierre.Karpman/po2018_tp1.pdf

Exercice 1. Pour commencer

a. Définir une classe `Rationnel` qui comportera deux champs entier `numérateur` et `denominateur`, un constructeur `Rationnel(int, int)` ainsi que les méthodes :

- `afficher()` : affiche la valeur p/q
- `valeur_approx()` : affiche un nombre à virgule correspondant.
- `simplifie()` : simplifie la fraction
- `ajouter(int n)` (resp. `ajouter(Rationnel r)`) : ajoute n (resp. r) à la valeur courante.
- Idem pour `soustraire`, `multiplier`, `diviser`

b. Implémenter (progressivement) ces méthodes et les tester

Exercice 2. Précision des calculs numériques

On veut utiliser la classe rationnel ci dessus pour étudier le comportement des suites :

$$u_n = \begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_1 = \frac{3}{3} \\ u_{n+2} = 2003 - \frac{6002}{u_{n+1}} + \frac{4000}{u_n \cdot u_{n+1}} \end{cases}, \quad v_n(a) = \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{2} + \frac{a}{2v_n} \end{cases}$$

a. Écrire un programme qui calcule ces suites à l'aide de `double`. Quelle est la complexité de vos algorithmes ?

b. Écrire un programme qui calcule ces suites à l'aide de votre classe `Rationnel` et comparer les résultats. Que calcule la suite $v_n(a)$?

Exercice 3. Améliorons nos rationnels

La taille des entiers est limitée dans un ordinateur, ce qui pose rapidement des problèmes dès que le dénominateur des rationnels est un peu grand. Pour cela, on va ré-écrire une classe `Entier` pour représenter des entier non bornés.

On représente un entier en base b sous forme d'un tableau de nombres compris entre 0 et $b - 1$. Dans un premier temps on pourra se contenter d'un tableau de taille fixé.

a. Quel b va-t-on choisir ?

b. Écrire une classe implémentant les opérations usuelles sur les entiers (`addition`, `multiplication`,...) ainsi qu'une fonction pour visualiser les résultats.

c. Quel est la complexité de vos algorithmes ?

d. Tester votre classe, par exemple sur la factorielle.

e. Remplacer les `int` par votre classe `Entier` dans votre classe `Rationnel`, et tester l'impact sur vos programmes de l'exercice 2.

Exercice 4. (bonus) Pour aller plus loin

a. Dans l'implémentation des entiers, on s'est contenté de tableaux de taille fixe. Comment peut on améliorer la chose ?

b. Réfléchir aux différentes optimisations que l'on pourrait faire pour améliorer la vitesse de vos algorithmes : accélérer les calculs quand les entiers sont petits (ex : $< 2^{30}$), quand les entiers changent de taille, algorithmes de multiplication,...