PROG
TD#1: Tableaux, récursion

2019-09-04,...

Exercice 1 : Parcours élémentaires

Q.1 : Écrivez une fonction qui prend en entrée un tableau d'entiers signés de 64 bits de taille arbitraire [1] et renvoie la valeur minimum stockée dans le tableau.

Q.2 : Écrivez une fonction qui prend en entrée un tableau d'entiers non signés de 32 bits de taille arbitraire et renvoie une approximation flottante en simple précision de sa moyenne.

Exercice 2 : Application simple

Q.1 : Écrivez une fonction qui prend en entrée un tableau d'entiers signés de 8 bits de taille arbitraire et le modifie pour que chaque entrée soit égale à la valeur absolue de l'entrée initiale.

Exercice 3 : Parcours avec prétraitement

On souhaite écrire une fonction qui prend en entrée un multiensemble d'entiers positifs représenté par un tableau d'entiers signés de 16 bits de taille arbitraire et « supprime » tous les éléments de multiplicité supérieure à 1. On considérera pour cela que toutes les entrées initialement stockées dans le tableau sont positives, et qu'un entier négatif indique une entrée supprimée.

Q.1 : Écrivez cette fonction de façon naïve avec une double boucle. Quelle est la complexité de l'algorithme utilisé ?

Q.2 : On suppose qu'on dispose d'une fonction `sort()` qui prend en entrée un tableau et sa taille et trie le tableau en place en utilisant un tri par comparaison de complexité minimale. Écrivez une nouvelle fonction de suppression utilisant un tri. Quelle est la complexité de votre algorithme ?

Exercice 4 : Factorielle

Q.1 : Écrivez une fonction récursive qui calcule la factorielle de son entrée, en effectuant le calcul sur des entiers non signés de 64 bits.

Q.2 : Même question pour un calcul effectué sur des nombres flottants à double précision.

1. C'est à dire comprise entre 1 et $2^{64} - 1$.

Q.3 : Expliquez comment calculer pour chacune des implémentations précédentes le nombre maximum pour lequel la valeur renvoyée est garantie exacte. De même pour une valeur renvoyée « approximativement correcte ». (On rappelle qu'un flottant double précision a une mantisse de 53 bits et un exposant de 11 bits.)

Exercice 5 : Tours de Hanoï

Le problème des « tours de Hanoï » est le suivant : on dispose de trois piliers et d'un ensemble de n disques de diamètre strictement croissant évidés en leur centre. Les disques sont initialement tous empilés sur le pilier de gauche par diamètre strictement décroissant (le disque de diamètre le plus grand étant donc en bas), et on cherche à déplacer cette tour sur le pilier le plus à droite. On est autorisé pour cela à déplacer les disques un par un, avec la contrainte qu'un disque ne peut pas être empilé sur un autre disque de diamètre inférieur.

Q.1 : Écrivez un algorithme récursif permettant de résoudre ce problème.

Q.2 : Quelle est la complexité de votre algorithme ? Pouvez-vous prouver qu'elle est optimale ?