NOM : **Prenom :** **Groupe :**

Université de Grenoble I Année 2015-2016

Module MAT234

CC1b : examen partiel du 03 décembre 2015

Une feuille A4 recto-verso manuscrite est autorisée

Calculettes, téléphones portables interdits

Durée 45mn

Les réponses brouillonnes seront systématiquement refusées

Exercice 1. On considère la fonction $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ définie par

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3.$$

1. Donnez le ou les point(s) critique(s) de f. *Justifier votre réponse.*

2. Préciser la nature de chacun des points critiques de f. *Justifier votre réponse.*

Exercice 2. Soit A une matrice non nulle de taille 3×7.
Pour chaque question, cochez une unique case.

1. La valeur minimal du rang de A est
   ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 3 ; ☐ 7.
2. La valeur maximal du rang de A est
   ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 3 ; ☐ 7.
3. On suppose que le rang de A est 2, alors $\ker A$ est de dimension
   ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 2 ; ☐ 3 ; ☐ 5 ; ☐ 7.
4. On suppose que le rang de A est 2, alors $\ker A^T$ est de dimension
   ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 2 ; ☐ 3 ; ☐ 5 ; ☐ 7.

Exercice 3. On se donne les trois vecteurs de $\mathbf{R}^3$

$$u = (1,2,1), \quad v = (2,1,2), \quad w = (3,0,-3)$$

ainsi que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1. $\det(u,v,w)$ est égale à

   ☐ -6 ; ☐ 6 ; ☐ 18 ; ☐ 32.

   On en déduit que $\{u,v,w\}$ est une base de $\mathbf{R}^3$.
2. Donner la matrice de passage P de la base canonique à la base $\{u,v,w\}$.
3. Soit $Q = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$. Calculer le produit PQ.
4. Soit f l'application linéaire de $\mathbf{R}^3$ dans $\mathbf{R}^3$ dont la matrice dans la base $\{u,v,w\}$ est A. Déterminer la matrice B représentant f dans la base canonique. *Justifier votre réponse.*
5. Le rang de B est

   ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 2 ; ☐ 3.
6. Le noyau de B est