
Partiel du vendredi 26 octobre 2012

*Tous documents et notes manuscrites interdits.
Calculatrices, téléphones portables interdits.*

Durée 1h30

Exercice 1 – [6 points]

On considère la fonction de deux variables définies par

$$f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$$

1. Déterminez et représentez graphiquement le domaine de définition de f (la figure sera claire et commentée).
2. Calculez la dérivée directionnelle $D_{\vec{u}}f(x, y)$ de f en (x, y) dans la direction $\vec{u} = (2, 3)$.
3. Tracez la ligne de niveau L_k pour $k = 0$ (la figure sera claire et commentée).

Exercice 2 – [6 points]

Résoudre dans \mathbb{R}^{2*} l'équation :

$$x \frac{\partial f}{\partial x} - y \frac{\partial f}{\partial y} = xy(x^2 + y^2)$$

à l'aide du changement de variables $(u, v) = (xy, y^2 - x^2)$.

Exercice 3 – [5 points]

On considère la fonction de deux variables définie par

$$f(x, y) = x - y^2 - x^3.$$

1. Déterminer les points critiques de f .
2. Déterminer la nature de chaque point critique.

Exercice 4 – [3 points]

Calculer l'intégrale double

$$I = \iint_{[0,1] \times [0,\pi]} x^2 \sin(y) \, dx \, dy.$$