

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

1 L'ordinateur et l'image

- Bref historique
- Ecran graphique, images,...
- Ecran graphique, images, ... et géométrie

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images, ...
Ecran graphique, images, ... et
géométrie

2 Représentation des courbes et des surfaces

- Courbes 2D
- Surfaces 3D
- Courbes 3D
- Synthèse

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

3 Programmer un tracé de courbe

- Principe général
- Tracé d'une courbe
- Le logiciel SCILAB
- Implémentation

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

4 Quelques annales

Quelques annales

1 L'ordinateur et l'image

- Bref historique
- Ecran graphique, images,...
- Ecran graphique, images,... et géométrie

2 Représentation des courbes et des surfaces

- Courbes 2D
- Surfaces 3D
- Courbes 3D
- Synthèse

3 Programmer un tracé de courbe

- Principe général
- Tracé d'une courbe
- Le logiciel SCILAB
- Implémentation

4 Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Bref historique

L'ordinateur et
l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et
géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Bref historique

- Après la “révolution” des temps de calcul, une autre évolution importante

L'ordinateur et
l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Bref historique

- Après la “révolution” des **temps de calcul**, une autre évolution importante
- celle du **graphique** sur ordinateur

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Bref historique

- Après la “révolution” des **temps de calcul**, une autre évolution importante
- celle du **graphique** sur ordinateur
- au départ les ordinateurs ne communiquaient que sous formes de textes et de nombres

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Bref historique

- Après la “révolution” des **temps de calcul**, une autre évolution importante
- celle du **graphique** sur ordinateur
- au départ les ordinateurs ne communiquaient que sous formes de textes et de nombres
- assez vite il a été possible de faire des dessins de façon automatique : tables traçantes,

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Bref historique

- Après la “révolution” des **temps de calcul**, une autre évolution importante
- celle du **graphique** sur ordinateur
- au départ les ordinateurs ne communiquaient que sous formes de textes et de nombres
- assez vite il a été possible de faire des dessins de façon automatique : tables traçantes,
- avènement des terminaux graphiques dans les années 1970, encombrants et de manipulation pas très aisée

L'ordinateur et
l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Bref historique



Une table traçante



Un des premiers terminaux graphiques

source ACONIT : <http://www.aconit.org/>

Association pour un conservatoire de l'informatique et de la télématique

L'ordinateur et
l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints
- éventuellement en couleur

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints
- éventuellement en couleur
- tout affichage d'image sur ordinateur correspond à l'éclairement d'un ensemble de pixels

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints
- éventuellement en couleur
- tout affichage d'image sur ordinateur correspond à l'éclairement d'un ensemble de pixels
- de l'image la plus simple à la plus compliquée,...

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints
- éventuellement en couleur
- tout affichage d'image sur ordinateur correspond à l'éclairement d'un ensemble de pixels
- de l'image la plus simple à la plus compliquée,...



Image “construite”



Image “acquise”

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

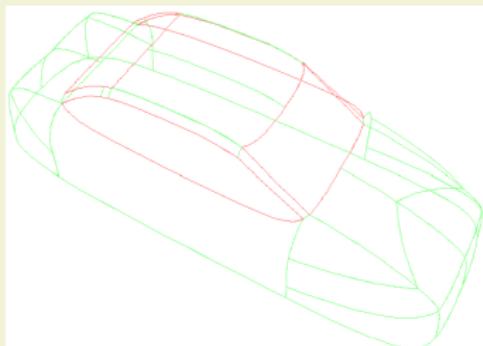
Implémentation

Quelques annales

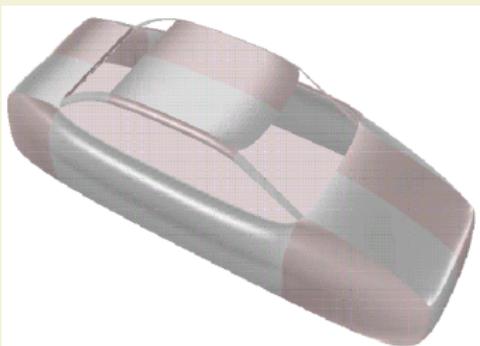
L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,...

- Un écran graphique d'ordinateur est constitué de *pixels* qui seront allumés ou éteints
- éventuellement en couleur
- tout affichage d'image sur ordinateur correspond à l'éclairement d'un ensemble de pixels
- de l'image la plus simple à la plus compliquée,...



représentation “fil de fer”



rendu “lisse”

CAO d'une carrosserie

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

- Images acquises, photos numériques,... → analyse et traitement d'images

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

- Images acquises, photos numériques,... → analyse et traitement d'images
- Images calculées :
 - 2D : courbes planes
 - 3D : courbes gauches (ou courbe 3D)
 - 3D : surfaces : représentation “fil de fer”, maillage, rendu lisse,...
 - mixte, reconstruction, vision,...

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

- Images acquises, photos numériques,... → analyse et traitement d'images
- Images calculées :
 - 2D : courbes planes
 - 3D : courbes gauches (ou courbe 3D)
 - 3D : surfaces : représentation “fil de fer”, maillage, rendu lisse,...
 - mixte, reconstruction, vision,...
- statiques ou animées,
- pour des applications scientifiques, médicales (chirurgie), en CAO, en communication, au jeu, au cinéma,...
- interactivité : l'écran devient un instrument de dialogue avec l'utilisateur

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

- Images acquises, photos numériques,... → analyse et traitement d'images
- Images calculées :
 - 2D : courbes planes
 - 3D : courbes gauches (ou courbe 3D)
 - 3D : surfaces : représentation “fil de fer”, maillage, rendu lisse,...
 - mixte, reconstruction, vision,...
- statiques ou animées,
- pour des applications scientifiques, médicales (chirurgie), en CAO, en communication, au jeu, au cinéma,...
- interactivité : l'écran devient un instrument de dialogue avec l'utilisateur
- ⇒ choix de modèles mathématiques/géométriques adaptés

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

L'ordinateur et l'image

Ecran graphique, images,... et géométrie

- Images acquises, photos numériques,... → analyse et traitement d'images
- Images calculées :
 - 2D : courbes planes
 - 3D : courbes gauches (ou courbe 3D)
 - 3D : surfaces : représentation “fil de fer”, maillage, rendu lisse,...
 - mixte, reconstruction, vision,...
- statiques ou animées,
- pour des applications scientifiques, médicales (chirurgie), en CAO, en communication, au jeu, au cinéma,...
- interactivité : l'écran devient un instrument de dialogue avec l'utilisateur
- ⇒ choix de modèles mathématiques/géométriques adaptés
- ⇒ nécessité d'algorithmes ad hoc :
passage mathématiques → écran graphique 2D

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

1 L'ordinateur et l'image

- Bref historique
- Ecran graphique, images,...
- Ecran graphique, images,... et géométrie

2 Représentation des courbes et des surfaces

- Courbes 2D
- Surfaces 3D
- Courbes 3D
- Synthèse

3 Programmer un tracé de courbe

- Principe général
- Tracé d'une courbe
- Le logiciel SCILAB
- Implémentation

4 Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition explicite

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition explicite

- Soit f est une fonction continue :

$$f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition explicite

- Soit f est une fonction continue :

$$f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

- et \mathcal{C} sa courbe représentative :

$$\mathcal{C} = \{(t, f(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition explicite

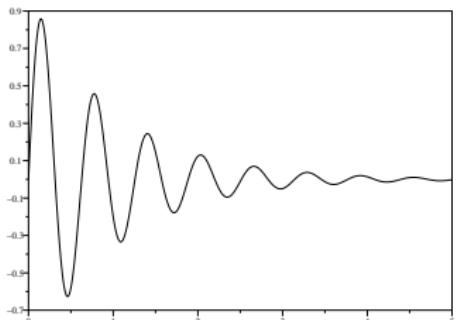
- Soit f est une fonction continue :

$$f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

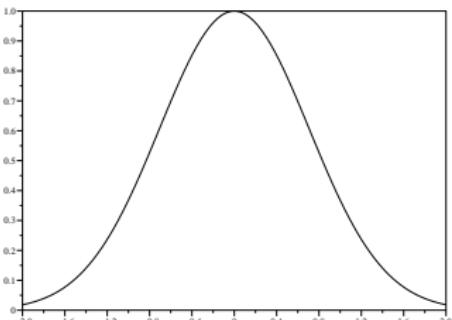
- et \mathcal{C} sa courbe représentative :

$$\mathcal{C} = \{(t, f(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

- définition **explicite** de la courbe \mathcal{C}



$$f(t) = \sin(10 * t) * \exp(-t)$$
$$t \in [0, 5]$$



$$g(t) = \exp(-t^2)$$
$$t \in [-2, 2]$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

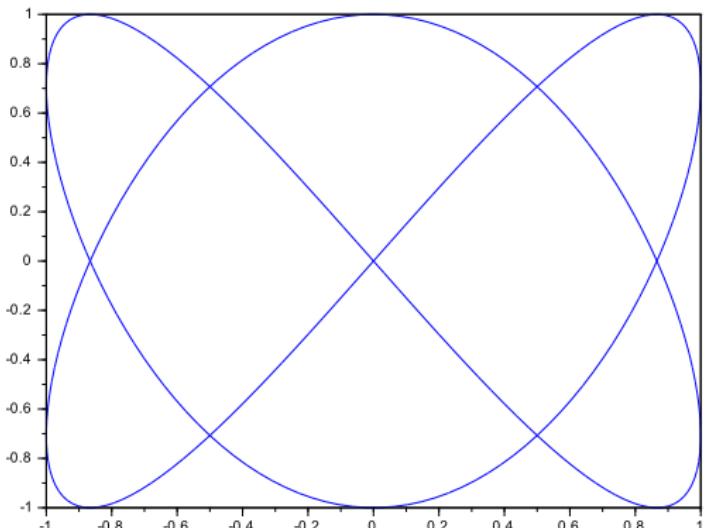
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition explicite... ?

- Remarque : la courbe ci-dessous ne peut pas être le graphe d'une fonction



Courbe de Lissajou

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

- Soit f est une fonction continue à 2 variables réelles :

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad (x, y) \mapsto f(x, y)$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

- Soit f est une fonction continue à 2 variables réelles :
$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad (x, y) \mapsto f(x, y)$$
- on considère alors le sous ensemble \mathcal{C} du plan défini par
$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = 0\}$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

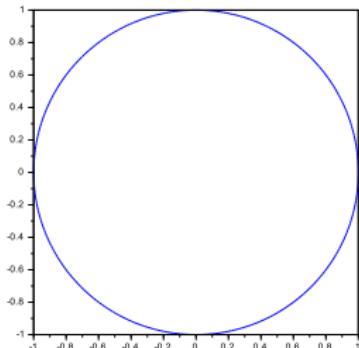
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

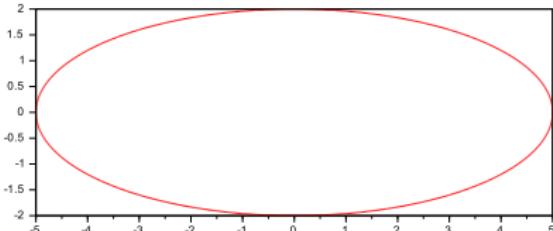
Courbe 2D : définition implicite

- Soit f est une fonction continue à 2 variables réelles :
$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad (x, y) \mapsto f(x, y)$$
- on considère alors le sous ensemble \mathcal{C} du plan défini par
$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = 0\}$$
- $f(x, y) = 0$ est une équation **implicite** de la courbe \mathcal{C}



$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

cercle



$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{2^2} - 1 = 0$$

ellipse

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

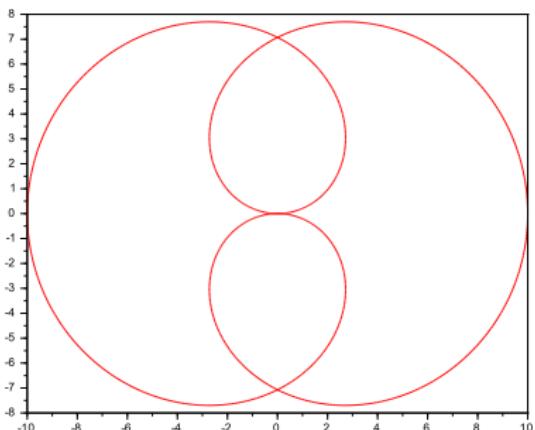
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

- Autre exemple : l'équation implicite

$$(x^2 + y^2) \left(2(x^2 + y^2) - a^2 \right)^2 - a^4 x^2 = 0,$$

définit le Folium de Durer



- comment évaluer (et donc tracer) cette courbe ?

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

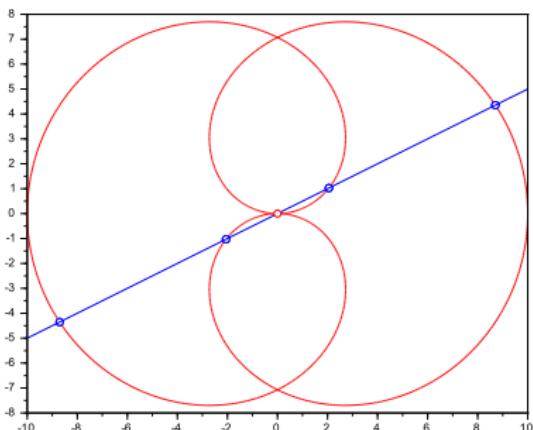
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

- Autre exemple : l'équation implicite

$$(x^2 + y^2) \left(2(x^2 + y^2) - a^2 \right)^2 - a^4 x^2 = 0,$$

définit le Folium de Durer



- comment évaluer (et donc tracer) cette courbe ?

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

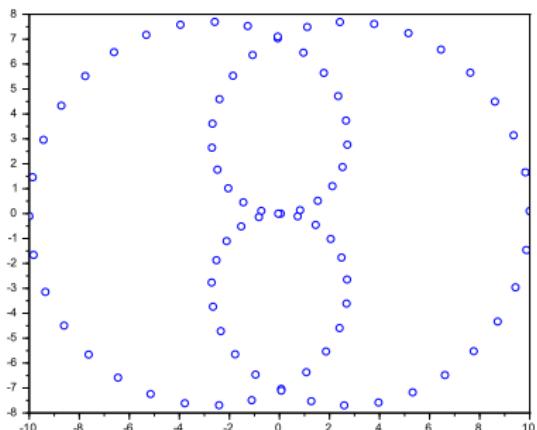
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : définition implicite

- Autre exemple : l'équation implicite

$$(x^2 + y^2) \left(2(x^2 + y^2) - a^2 \right)^2 - a^4 x^2 = 0,$$

définit le Folium de Durer



- comment évaluer (et donc tracer) cette courbe ?

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

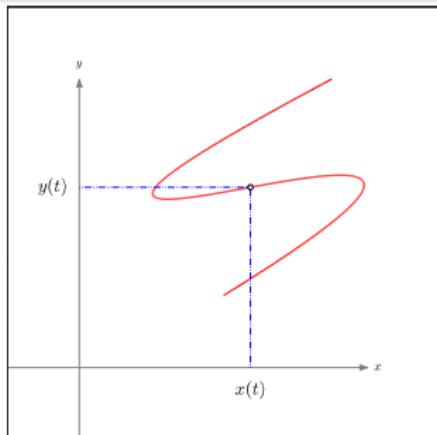
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \quad t \in I$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

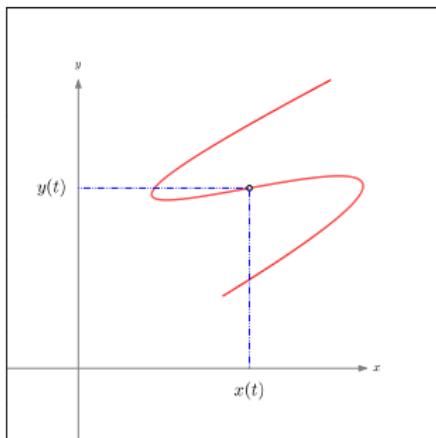
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



Remarques :

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

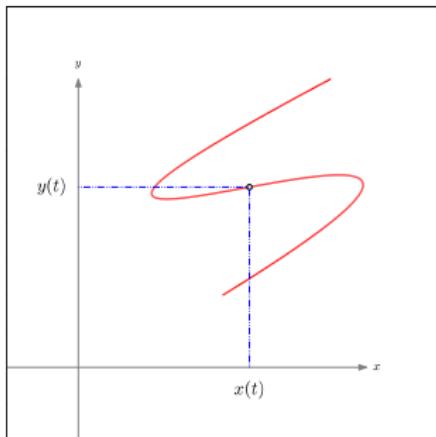
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



Remarques :

- Tracé naturel et aisé

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

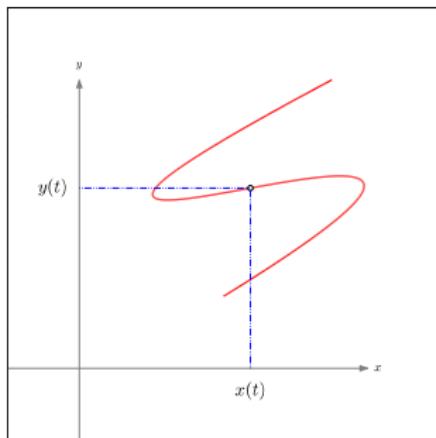
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
$$t \mapsto f(t) \quad t \mapsto g(t)$$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



Remarques :

- Tracé naturel et aisé
- non unicité de la paramétrisation

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

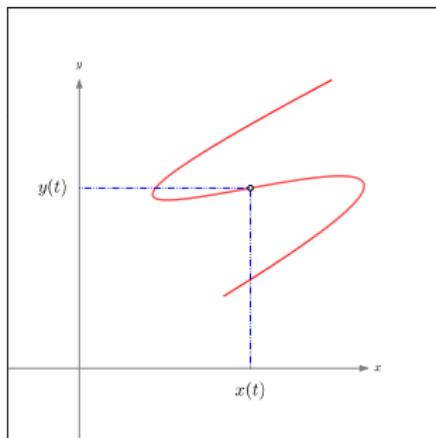
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
$$t \mapsto f(t) \quad t \mapsto g(t)$$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



Remarques :

- Tracé naturel et aisé
- non unicité de la paramétrisation
- ... influence de la paramétrisation

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

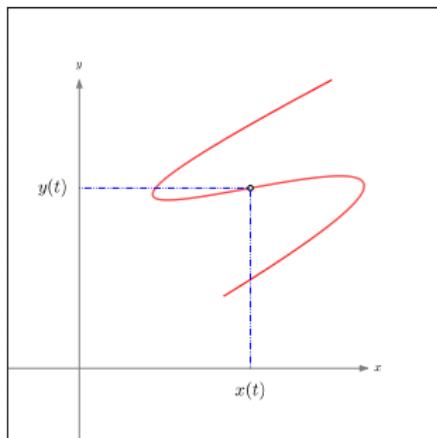
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- Soient f et g deux fonctions continues de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto f(t)$ $t \mapsto g(t)$
- alors, l'ensemble

$$\mathcal{C} = \{m(t) = (f(t), g(t)) \in \mathbb{R}^2, t \in [a, b]\}$$

définit une courbe **paramétrée** du plan



Remarques :

- Tracé naturel et aisé
- non unicité de la paramétrisation
- ... influence de la paramétrisation
- étude qualitative :
 - vecteur dérivé, tangente, cinématique,
 - repère mobile de Serret-Frenet

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

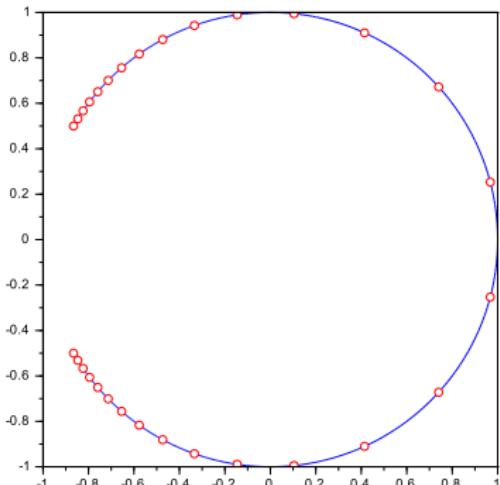
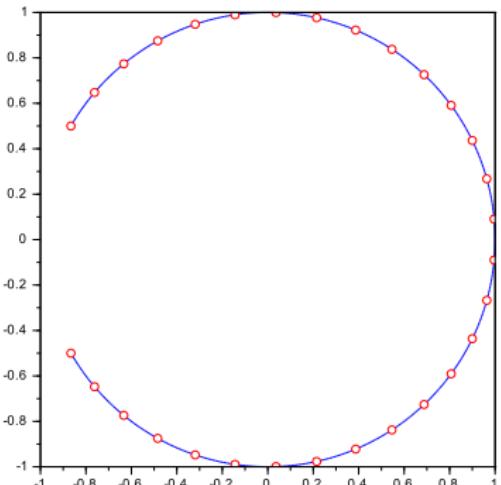
Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Courbe 2D : représentation paramétrique

• influence de la paramétrisation



Deux paramétrisations d'un arc de cercle

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

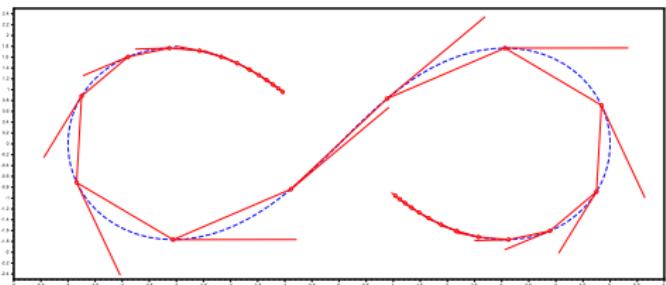
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

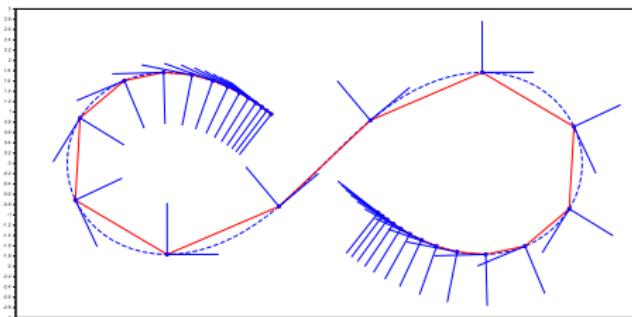
Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation paramétrique

- vecteur dérivé, tangente, cinématique...



- ... et repère de Serret-Frenet



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : représentation en coordonnées polaires

- Soit ρ une fonction continue :

$$\rho : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad \theta \mapsto \rho(\theta)$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

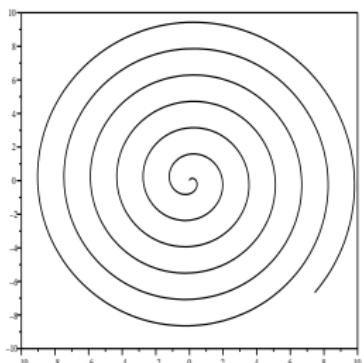
Courbe 2D : représentation en coordonnées polaires

- Soit ρ une fonction continue :

$$\rho : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad \theta \mapsto \rho(\theta)$$

- l'ensemble des points de coordonnées polaires $(r = \rho(\theta), \theta)$ définit une courbe en **coordonnées polaires** :

$$\mathcal{C} = \{(r, \theta) \mid r = \rho(\theta), \theta \in [a, b]\}$$



$$\text{spirale : } \theta \mapsto \rho(\theta) = \theta$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

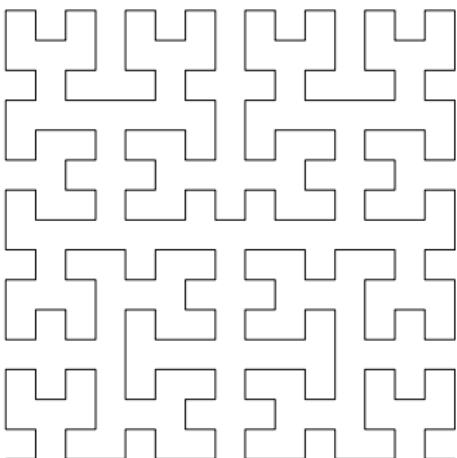
Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : ... vers les fractales ...



Courbe de Peano : faible précision

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

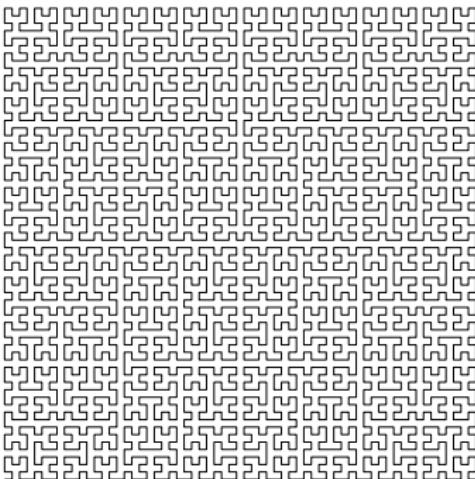
Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : ... vers les fractales ...



Courbe de Peano : plus précise

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

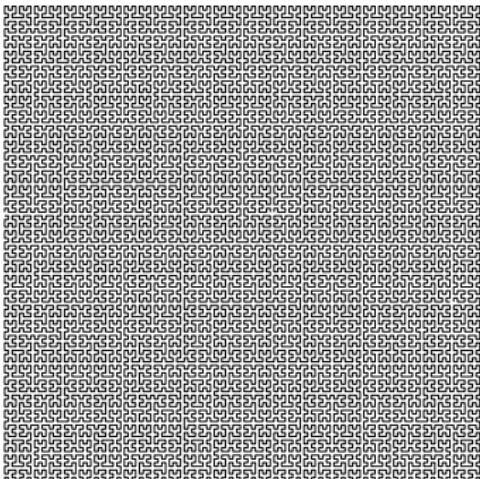
Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : ... vers les fractales ...



Courbe de Peano : encore plus précise

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

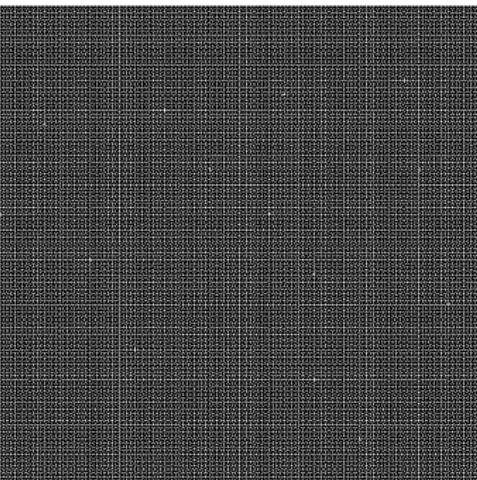
Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : ... vers les fractales ...



Courbe de Peano : de plus en plus précise

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

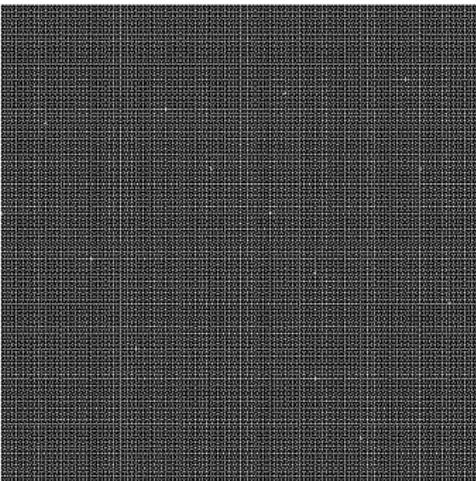
Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbe 2D : ... vers les fractales ...



Peano (1890) : une telle courbe peut recouvrir tout le carré !

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Surfaces en 3D

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

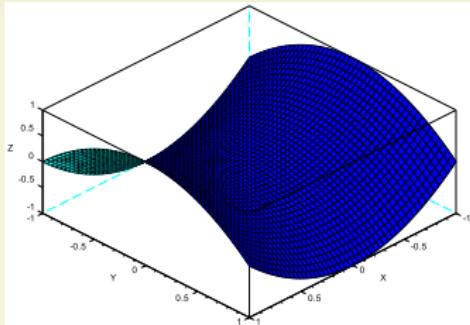
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Surfaces en 3D

- **définition explicite** : graphe d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

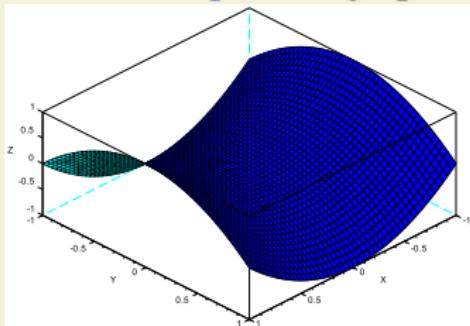
Implémentation

Quelques annales

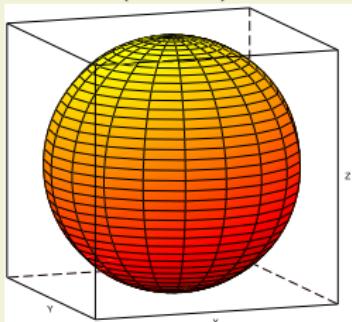
Représentation des courbes et des surfaces

Surfaces en 3D

- **définition explicite** : graphe d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$



- **définition implicite** : zéros d'une fonction de 3 variables
 $f(x, z, y) = 0 \rightarrow \text{sphère} : x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Surfaces en 3D

- **définition paramétrique :** image d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $(u, v) \mapsto (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

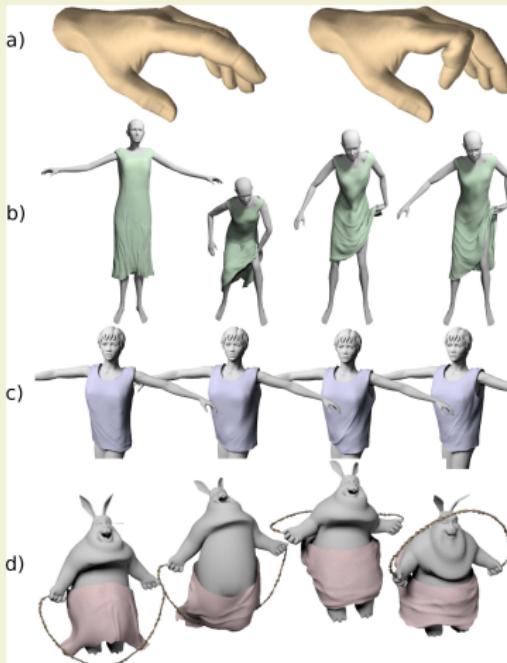
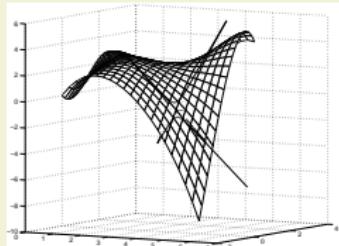
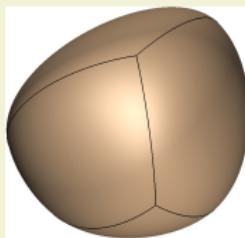
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Surfaces en 3D

- **définition paramétrique :** image d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $(u, v) \mapsto (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$



<http://www-ljk.imag.fr/membres/Stefanie.Hahmann/>

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 3D

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

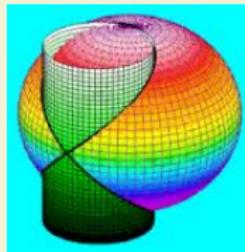
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 3D

- **définition implicite** : intersection de 2 surfaces implicites
 $f(x, y, z) = 0$ et $g(x, y, z) = 0$ → fenêtre de Viviani



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

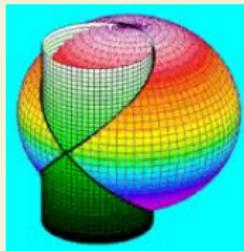
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 3D

- **définition implicite** : intersection de 2 surfaces implicites
 $f(x, y, z) = 0$ et $g(x, y, z) = 0$ → fenêtre de Viviani



- **définition paramétrique** : $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$
$$t \mapsto (x(t), y(t), z(t))$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

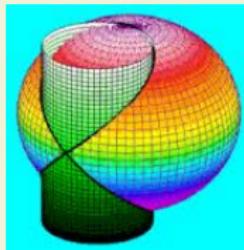
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

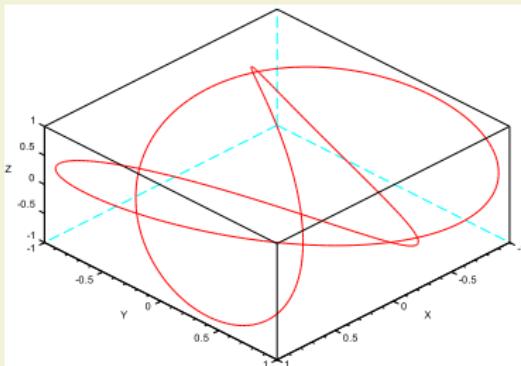
Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 3D

- **définition implicite** : intersection de 2 surfaces implicites
 $f(x, y, z) = 0$ et $g(x, y, z) = 0$ → fenêtre de Viviani



- **définition paramétrique** : $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $t \mapsto (x(t), y(t), z(t))$



$$\begin{aligned}x &= \sin(2t) \\y &= \sin(3t) \\z &= \cos(3t)\end{aligned}$$

$$t \in [0, 2\pi]$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Représentation des courbes et des surfaces

Synthèse

• Courbes en 2D

- définition explicite : graphe d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- définition implicite : zéros d'une fonction de 2 variables
 $f(x, y) = 0$
- définition paramétrique : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad t \mapsto (x(t), y(t))$
- autres : représentation polaire, itérative (type fractale),...

• Surfaces en 3D

- définition explicite : graphe d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
- définition implicite : zéros d'une fonction de 3 variables
 $f(x, z, y) = 0 \rightarrow \text{sphère} : x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$
- définition paramétrique : $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $(u, v) \mapsto (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$

• Courbes en 3D

- définition implicite : intersection de 2 surfaces implicites
 $f(x, y, z) = 0$ et $g(x, y, z) = 0 \rightarrow \text{fenêtre de Viviani}$
- définition paramétrique : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $t \mapsto (x(t), y(t), z(t))$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

1 L'ordinateur et l'image

- Bref historique
- Ecran graphique, images,...
- Ecran graphique, images,... et géométrie

2 Représentation des courbes et des surfaces

- Courbes 2D
- Surfaces 3D
- Courbes 3D
- Synthèse

3 Programmer un tracé de courbe

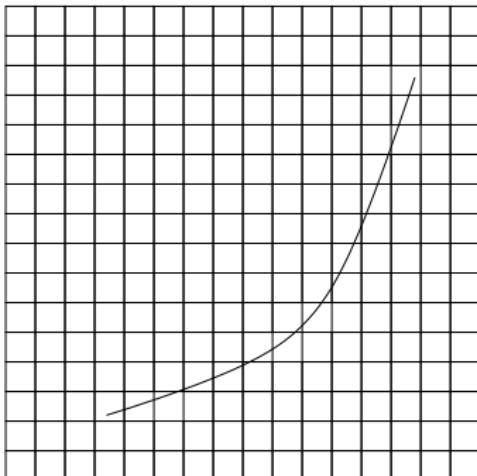
- Principe général
- Tracé d'une courbe
- Le logiciel SCILAB
- Implémentation

4 Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Principe général

- on affiche chaque pixel rencontré par la courbe
- en fait, on commence par discréteriser la courbe par une ligne polygonale
- et on affiche chaque pixel rencontré par la ligne polygonale



L'ensemble des pixels et la courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

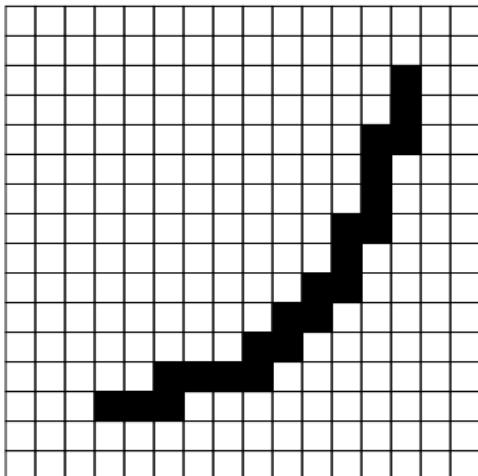
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Principe général

- on affiche chaque pixel rencontré par la courbe
- en fait, on commence par discréteriser la courbe par une ligne polygonale
- et on affiche chaque pixel rencontré par la ligne polygonale



Les pixels coupés par la courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

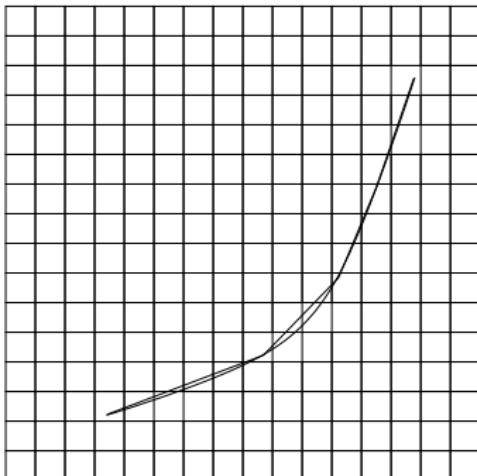
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Principe général

- on affiche chaque pixel rencontré par la courbe
- en fait, on commence par discréteriser la courbe par une ligne polygonale
- et on affiche chaque pixel rencontré par la ligne polygonale



La courbe et son approximation polygonale

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

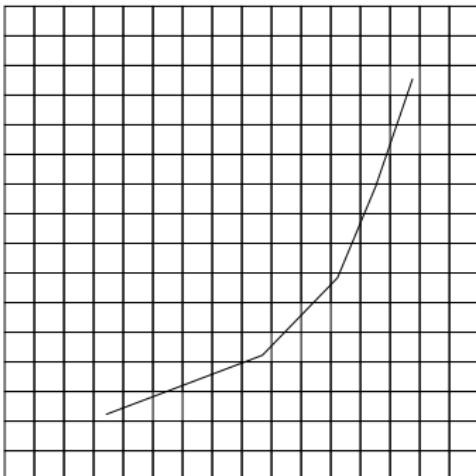
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Principe général

- on affiche chaque pixel rencontré par la courbe
- en fait, on commence par discréteriser la courbe par une ligne polygonale
- et on affiche chaque pixel rencontré par la ligne polygonale



L'approximation polygonale de la courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

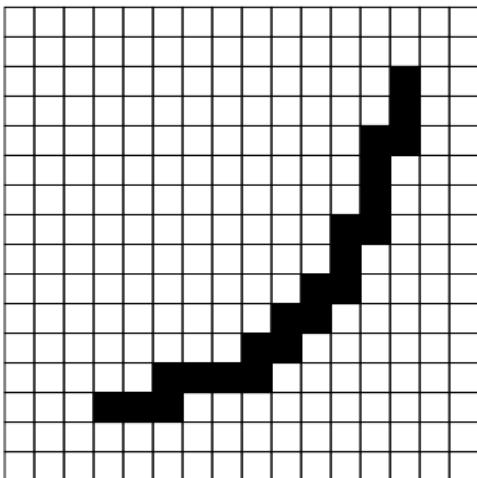
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Principe général

- on affiche chaque pixel rencontré par la courbe
- en fait, on commence par discréteriser la courbe par une ligne polygonale
- et on affiche chaque pixel rencontré par la ligne polygonale



Les pixels coupés par l'approximation polygonale de la courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i, i = 0, 1, 2, \dots, n$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

$$\mathcal{C} = \{(x(t), y(t)) \mid t \in I\}$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

$$\mathcal{C} = \{(x(t), y(t)) \mid t \in I\}$$

- permet de générer facilement des points de cette courbe et donc de la tracer :

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

$$\mathcal{C} = \{(x(t), y(t)) \mid t \in I\}$$

- permet de générer facilement des points de cette courbe et donc de la tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

$$\mathcal{C} = \{(x(t), y(t)) \mid t \in I\}$$

- permet de générer facilement des points de cette courbe et donc de la tracer :

- on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
- $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction

- soit f une fonction continue de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- on peut générer facilement des points du graphe de f , et donc le tracer :
 - on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
 - $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
 - on trace la suite des segments joignant les points $(t_i, f(t_i))$ et $(t_{i+1}, f(t_{i+1}))$

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée

- La représentation paramétrique :

$$\mathcal{C} = \{(x(t), y(t)) \mid t \in I\}$$

- permet de générer facilement des points de cette courbe et donc de la tracer :

- on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n sous-intervalles
- $t_i = a + \frac{b-a}{n} \times i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$
- on trace la suite des segments joignant les points $(x(t_i), y(t_i))$ et $(x(t_{i+1}), y(t_{i+1}))$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

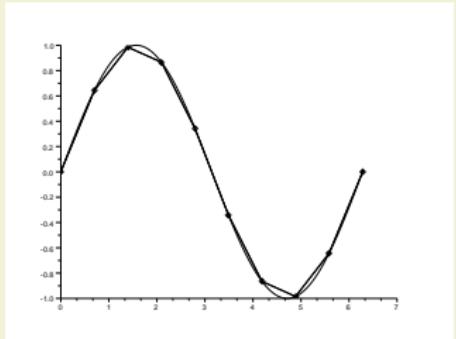
Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

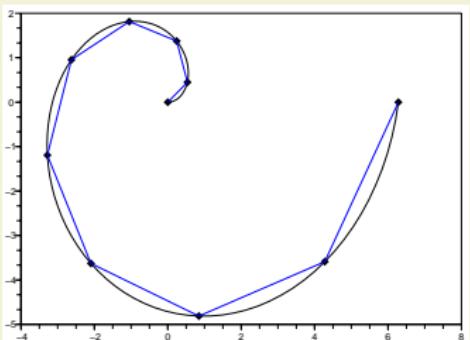
Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction



Exemple : tracé d'un sinus avec 10 points

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée



Exemple : tracé d'une spirale avec 10 points

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

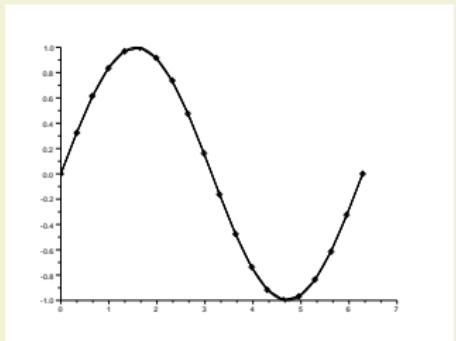
Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

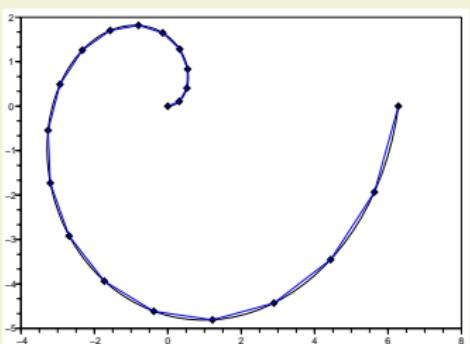
Programmer un tracé de courbe

Tracé d'une courbe : graphe d'une fonction



Exemple : tracé d'un sinus avec 20 points

Tracé d'une courbe : courbe paramétrée



Exemple : tracé d'une spirale avec 20 points

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations
graphiques
&
Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation
- mais il est difficile de les intégrer dans un programme de calcul

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation
- mais il est difficile de les intégrer dans un programme de calcul
- le logiciel **SCILAB** est un environnement de programmation qui permet :

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation
- mais il est difficile de les intégrer dans un programme de calcul
- le logiciel **SCILAB** est un environnement de programmation qui permet :
 - d'effectuer des calculs,

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation
- mais il est difficile de les intégrer dans un programme de calcul
- le logiciel **SCILAB** est un environnement de programmation qui permet :
 - d'effectuer des calculs,
 - d'effectuer des sorties graphiques

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Le logiciel SCILAB

- il existe des “traceurs”, “grapheurs”,... dédiés à la visualisation
- mais il est difficile de les intégrer dans un programme de calcul
- le logiciel **SCILAB** est un environnement de programmation qui permet :
 - d'effectuer des calculs,
 - d'effectuer des sorties graphiques
- nous allons maintenant considérer des exemples de tracé de courbes à l'aide du logiciel SCILAB

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction

- Considérons par exemple la fonction $t \mapsto \sin(t)$, $t \in [0, 2 * \pi]$.

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction

- Considérons par exemple la fonction $t \mapsto \sin(t)$, $t \in [0, 2 * \pi]$.
- Les variables **a,b** vont contenir les extrémités de l'intervalle $[0, 2 * \pi]$:

```
a = 0;  
b = 2*pi;
```

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction

- Considérons par exemple la fonction $t \mapsto \sin(t)$, $t \in [0, 2 * \pi]$.
- Les variables **a,b** vont contenir les extrémités de l'intervalle $[0, 2 * \pi]$:

```
a = 0 ;  
b = 2 * %pi ;
```

- On crée un vecteur de **n** valeurs équidistantes dans **[a,b]** :

```
n = 1000 ;  
t = linspace(a,b,n) ;
```

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction

- Considérons par exemple la fonction $t \mapsto \sin(t)$, $t \in [0, 2 * \pi]$.
- Les variables **a,b** vont contenir les extrémités de l'intervalle $[0, 2 * \pi]$:

```
a = 0;  
b = 2*pi;
```

- On crée un vecteur de **n** valeurs équidistantes dans **[a,b]** :

```
n = 1000;  
t = linspace(a,b,n);
```

- t est le vecteur ligne

$$t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n),$$

avec $t_{i+1} - t_i$ constant (et égal à $\frac{b-a}{n-1}$).

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction (suite)

- L'instruction

$$y = \sin(t) ;$$

crée le vecteur $y = (\sin(t_1), \sin(t_2), \sin(t_3), \dots, \sin(t_n))$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction (suite)

- L'instruction

$$y = \sin(t) ;$$

crée le vecteur $y = (\sin(t_1), \sin(t_2), \sin(t_3), \dots, \sin(t_n))$

- c'est une des facilités offertes par le langage SCILAB de pouvoir effectuer des opérations globales sur les vecteurs

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction (suite)

- L'instruction

```
y = sin(t);
```

crée le vecteur $y = (\sin(t_1), \sin(t_2), \sin(t_3), \dots, \sin(t_n))$

- c'est une des facilités offertes par le langage SCILAB de pouvoir effectuer des opérations globales sur les vecteurs

- L'instruction

```
plot (t,y)
```

crée la ligne polygonale joignant les points (t_i, y_i) entre eux.

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé du graphe d'une fonction (suite)

- L'instruction

```
y = sin(t) ;
```

crée le vecteur $y = (\sin(t_1), \sin(t_2), \sin(t_3), \dots, \sin(t_n))$

- c'est une des facilités offertes par le langage SCILAB de pouvoir effectuer des opérations globales sur les vecteurs

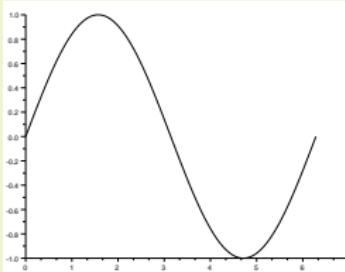
- L'instruction

```
plot (t,y)
```

crée la ligne polygonale joignant les points (t_i, y_i) entre eux.

- Programme complet... et sortie graphique :

```
a = 0 ;  
b = 2*%pi ;  
n = 1000 ;  
t = linspace(a,b,n) ;  
y = sin(t) ;  
plot (t,y)
```



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée

- On considère le cercle :

$$t \mapsto (\cos(t), \sin(t)), \quad t \in [0, 2\pi]$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

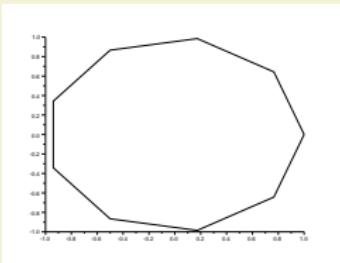
Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée

- On considère le cercle :

$$t \mapsto (\cos(t), \sin(t)), \quad t \in [0, 2\pi]$$

- Programme complet :

```
a = 0;  
b = 2*%pi;  
n = 10;  
t = linspace(a,b,n);  
x = cos(t);  
y = sin(t);  
plot (x,y)
```



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

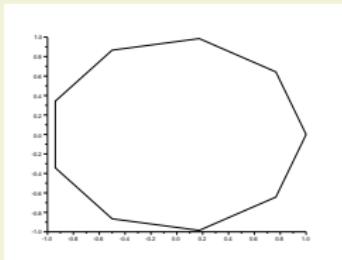
Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée

- On considère le cercle :

$$t \mapsto (\cos(t), \sin(t)), \quad t \in [0, 2\pi]$$

- Programme complet :

```
a = 0;  
b = 2*%pi;  
n = 10;  
t = linspace(a,b,n);  
x = cos(t);  
y = sin(t);  
plot (x,y)
```



- n** est le nombre de points considérés dans **[a,b]**,
- t** est le vecteur ligne $t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$, avec $t_{i+1} - t_i = \frac{b-a}{n-1}$.

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

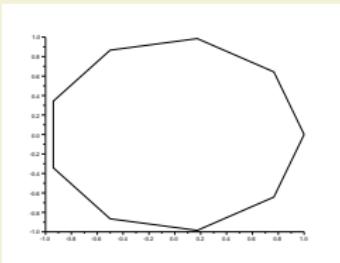
Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée

- On considère le cercle :

$$t \mapsto (\cos(t), \sin(t)), \quad t \in [0, 2\pi]$$

- Programme complet :

```
a = 0;  
b = 2*%pi;  
n = 10;  
t = linspace(a,b,n);  
x = cos(t);  
y = sin(t);  
plot (x,y)
```



- n** est le nombre de points considérés dans **[a,b]**,
- t** est le vecteur ligne $t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$, avec $t_{i+1} - t_i = \frac{b-a}{n-1}$.

- Les instructions

```
x = cos(t);  
y = sin(t);
```

crée les 2 vecteurs

$$\begin{aligned}x &= (\cos(t_1), \cos(t_2), \dots, \cos(t_n)) \\y &= (\sin(t_1), \sin(t_2), \dots, \sin(t_n))\end{aligned}$$

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

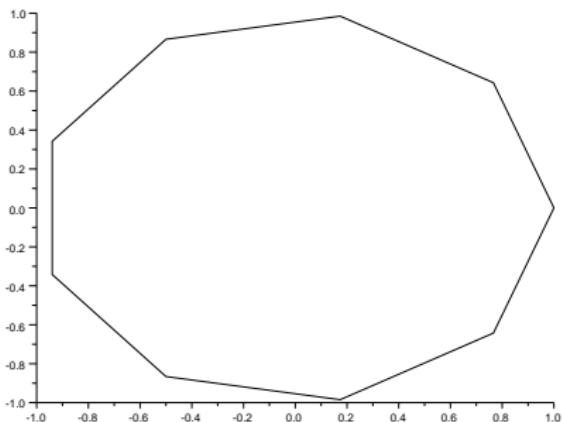
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée (suite)



$n = 10$

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

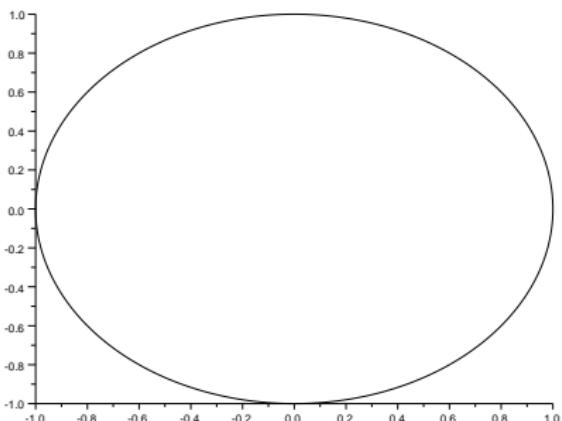
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée (suite)



$n = 1000$

L'ordinateur et l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

Programmer un tracé de courbe

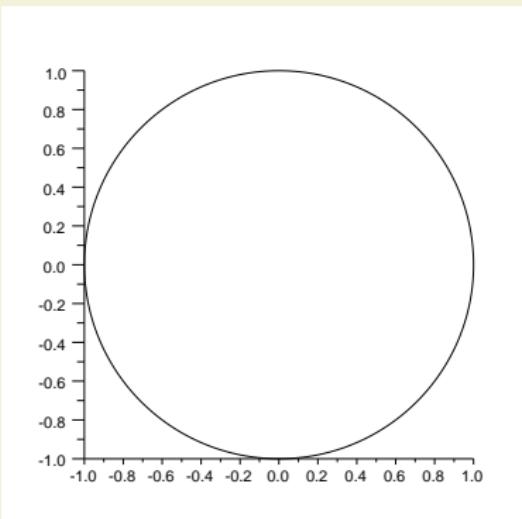
Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

Quelques annales

Programmer un tracé de courbe

Représentations graphiques & Courbes paramétrées

Implémentation : tracé d'une courbe paramétrée (suite)



$n = 1000$

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, ... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

1 L'ordinateur et l'image

- Bref historique
- Ecran graphique, images,...
- Ecran graphique, images,... et géométrie

L'ordinateur et
l'image

Bref historique
Ecran graphique, images,...
Ecran graphique, images,... et
géométrie

2 Représentation des courbes et des surfaces

- Courbes 2D
- Surfaces 3D
- Courbes 3D
- Synthèse

Représentation des
courbes et des
surfaces

Courbes 2D
Surfaces 3D
Courbes 3D
Synthèse

3 Programmer un tracé de courbe

- Principe général
- Tracé d'une courbe
- Le logiciel SCILAB
- Implémentation

Programmer un tracé
de courbe

Principe général
Tracé d'une courbe
Le logiciel SCILAB
Implémentation

4 Quelques annales

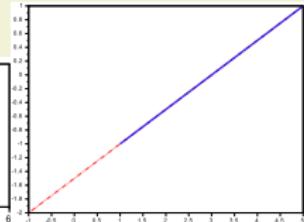
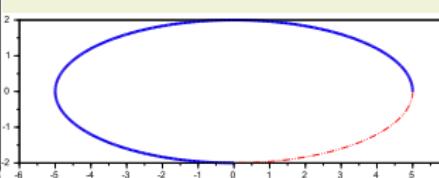
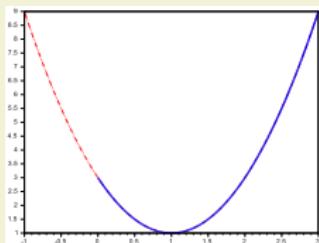
Quelques annales

Exercice 1 :

On donne les équations paramétriques suivantes, correspondant à 3 courbes \mathcal{C}_i du plan dont on donne le graphe ci-dessous. Attention : les graphes sont mélangés.

$$\mathcal{C}_1 : \begin{cases} x(t) = 2t + 1 \\ y(t) = t - 1 \end{cases} \quad \mathcal{C}_2 : \begin{cases} x(t) = 1 - t \\ y(t) = 2t^2 + 1 \end{cases} \quad \mathcal{C}_3 : \begin{cases} x(t) = 5 \cos(t) \\ y(t) = 2 \sin(t) \end{cases}$$

- 1 Déterminer l'équation implicite $F(x, y) = 0$ de chaque courbe par *élimination* du paramètre t ($\in \mathbb{R}$) entre les expressions de $x(t)$ et $y(t)$.
- 2 Identifier chaque courbe : *ellipse, droite ou parabole*.
- 3 Déterminer pour chaque courbe \mathcal{C}_i son espace des paramètres $[a, b]$ en accord avec les graphes représentés en trait épais ci-dessous.



Représentations graphiques & Courbes paramétrées

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images, et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Exercice 1 (corrigé) :

	Courbe C_1	Courbe C_2	Courbe C_3
Equation paramétrique	$x(t) = 2t + 1$ $y(t) = t - 1$	$x(t) = 1 - t$ $y(t) = 2t^2 + 1$	$x(t) = 5 \cos(t)$ $y(t) = 2 \sin(t)$
Equation implicite	$-x + 2y - 3 = 0$	$y - 2x^2 + 4x - 3 = 0$	$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{2^2} - 1 = 0$
Espace des paramètres	$t \in [0, 2]$	$t \in [-2, 1]$	$t \in [0, \frac{3\pi}{2}]$
Nature	Droite	Parabole	Ellipse
Graphe			

L'ordinateur et l'image

Bref historique

Ecran graphique, images,...

Ecran graphique, images,... et géométrie

Représentation des courbes et des surfaces

Courbes 2D

Surfaces 3D

Courbes 3D

Synthèse

Programmer un tracé de courbe

Principe général

Tracé d'une courbe

Le logiciel SCILAB

Implémentation

Quelques annales

Exercice 1 :

Reproduire et compléter le tableau suivant en explicitant pour chaque courbe les représentations manquantes.

	Représentation explicite	Représentation paramétrique	Représentation implicite
C1	ou $y = \sqrt{4 - x^2}$, $x \in [-2, 2]$ $y = \dots$...	$x^2 + y^2 - 4 = 0$
C2	...	$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 \end{cases}$...
C3	$y = \sin(x)$

Exercice 1 (corrigé) :

Reproduire et compléter le tableau suivant en explicitant pour chaque courbe les représentations manquantes.

	Représentation explicite	Représentation paramétrique	Représentation implicite
C1	ou $y = \sqrt{4 - x^2}$ $y = -\sqrt{4 - x^2}$, $x \in [-2, 2]$	$x = 2 \cos(t)$ $y = 2 \sin(t)$	$x^2 + y^2 - 4 = 0$
C2	$y = x^2$	$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 \end{cases}$	$y - x^2 = 0$
C3	$y = \sin(x)$	$x = t$ $y = \sin(t)$	$y - \sin(x) = 0$