

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

1 MAP110-120

- Programme
- Déroulement de l'UE
- Motivation

2 SCILAB

- Logiciels en MAP
- Scilab

3 Calculer sur un ordinateur

- Systèmes de numération
- Calcul automatique

4 Exemples de calcul sur ordinateur

- Un exemple numériquement stable
- Un exemple numériquement instable

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

1 MAP110-120

- Programme
- Déroulement de l'UE
- Motivation

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Découvrir quelques aspects des Mathématiques appliquées
(MAP) à travers certaines thématiques :

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateurUn exemple numériquement
stableUn exemple numériquement
instable

Découvrir quelques aspects des Mathématiques appliquées (MAP) à travers certaines thématiques :

- thème **Courbes**
- thème **Statistiques**
- thème **Equations différentielles**

Plus précisément :

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Plus précisément :

- thème **Courbes**
 - Introduction : nombres et calculs – logiciel Scilab
 - Représentation des courbes et surfaces
 - Courbes de Bézier
 - Interpolation – Approximation

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

**Calculer sur un
ordinateur**

Systèmes de numération

Calcul automatique

**Exemples de calcul
sur ordinateur**

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Plus précisément :

● thème **Courbes**

- Introduction : nombres et calculs – logiciel Scilab
- Représentation des courbes et surfaces
- Courbes de Bézier
- Interpolation – Approximation

● thème **Statistiques**

- Rappels sur les statistiques descriptives – introduction à R
- Variables aléatoires. Loi binomiale, normale et théorème central limite
- Estimation – Estimation ponctuelle
- Intervalles de confiance

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Plus précisément :

● thème **Courbes**

- Introduction : nombres et calculs – logiciel Scilab
- Représentation des courbes et surfaces
- Courbes de Bézier
- Interpolation – Approximation

● thème **Statistiques**

- Rappels sur les statistiques descriptives – introduction à R
- Variables aléatoires. Loi binomiale, normale et théorème central limite
- Estimation – Estimation ponctuelle
- Intervalles de confiance

● thème **Equations différentielles**

- Exemples d'équations différentielles intervenant dans la modélisation de phénomènes physiques :
- Equations différentielles avec condition initiale
- Dynamique des équations différentielles (autonomes) en dimension 1
- Dynamique des équations différentielles (autonomes) en dimension 2

Déroulement de l'UE

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Déroulement de l'UE

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

12 semaines avec chaque semaine :

- une séance de cours (mercredi 13h30-15h00)
Amphi D1
- une séance de TP (jeudi 8h00 - 11h15 avec une pause de
15 minutes)
B106bis - B107 - B108 - B109
Travail en **binôme**

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Déroulement de l'UE

12 semaines avec chaque semaine :

- une séance de cours (mercredi 13h30-15h00)
Amphi D1
- une séance de TP (jeudi 8h00 - 11h15 avec une pause de 15 minutes)
B106bis - B107 - B108 - B109
Travail en **binôme**

Site ALFRESCO (documents cours - TP - archives) :

<https://espaces-collaboratifs.grenet.fr>

Se loguer, puis dans l'onglet *Sites*, sélectionner *Rechercher une site* et entrer MAP110-120

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Déroulement de l'UE

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

Modalités d'évaluation :

- Contrôle Continu (CC) = moyenne(CC1,CC2) :
CC1 : note de TP (2 à 3 CR à rendre en cours de semestre)
CC2 : note de partiel (écrit de 1h30)
- Examen (EX) : épreuve finale (écrit de 2h00)
- Note finale de l'UE : $\text{Max}(\text{moyenne}(\text{CC}, \text{EX}), \text{EX})$
- **ATTENTION** Absence(s) non justifiée(s) en TP et/ou Partiel : **DEFAILLANCE**

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

- MAP : partie des mathématiques tournée vers les applications

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

- MAP : partie des mathématiques tournée vers les applications
- Domaines d'application très variés :
 - ◇ simulation numérique : mécanique des fluides, climatologie,...
 - ◇ génie biomédical, modélisation géométrique,...
 - ◇ économie, finance,...
 - ◇ réseaux de communication, de distribution, de transport...
 - ◇ ...

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

- MAP : partie des mathématiques tournée vers les applications
 - Domaines d'application très variés :
 - ◇ simulation numérique : mécanique des fluides, climatologie,...
 - ◇ génie biomédical, modélisation géométrique,...
 - ◇ économie, finance,...
 - ◇ réseaux de communication, de distribution, de transport...
 - ◇ ...
- *ingénierie mathématique* ?
- *liée à l'essor de l'informatique* ?

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

- MAP : partie des mathématiques tournée vers les applications
- Domaines d'application très variés :
 - ◇ simulation numérique : mécanique des fluides, climatologie,...
 - ◇ génie biomédical, modélisation géométrique,...
 - ◇ économie, finance,...
 - ◇ réseaux de communication, de distribution, de transport...
 - ◇ ...

→ *ingénierie mathématique* ?

→ *liée à l'essor de l'informatique* ?
- Conception et mise en oeuvre de modèles mathématiques et d'algorithmes pour simuler les systèmes d'ingénierie, prévoir, contrôler et optimiser leur comportement

Motivation

Que sont les Mathématiques APpliquées (MAP) ?

- MAP : partie des mathématiques tournée vers les applications
- Domaines d'application très variés :
 - ◇ simulation numérique : mécanique des fluides, climatologie,...
 - ◇ génie biomédical, modélisation géométrique,...
 - ◇ économie, finance,...
 - ◇ réseaux de communication, de distribution, de transport...
 - ◇ ...

→ *ingénierie mathématique* ?

→ *liée à l'essor de l'informatique* ?
- Conception et mise en oeuvre de modèles mathématiques et d'algorithmes pour simuler les systèmes d'ingénierie, prévoir, contrôler et optimiser leur comportement
- Modèles mathématiques et outils informatiques : spécifiques à chaque domaine d'application.

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

Maths classiques <i>infini</i>	calcul sur ordinateur <i>fini</i>
-----------------------------------	--------------------------------------

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

Maths classiques infini	calcul sur ordinateur fini
\mathbb{N} ou \mathbb{Z}	$\{0, 2^N - 1\}$ ou $\{-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1\}$

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

Maths classiques <i>infini</i>	calcul sur ordinateur <i>fini</i>
\mathbb{N} ou \mathbb{Z}	$\{0, 2^N - 1\}$ ou $\{-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1\}$
\mathbb{R}	$v = m/2^P$ avec $-2^{N-1} \leq m \leq 2^{N-1} - 1$

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

Maths classiques <i>infini</i>	calcul sur ordinateur <i>fini</i>
\mathbb{N} ou \mathbb{Z}	$\{0, 2^N - 1\}$ ou $\{-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1\}$
\mathbb{R}	$v = m/2^P$ avec $-2^{N-1} \leq m \leq 2^{N-1} - 1$
calcul d'une intégrale \int	calcul d'une somme finie \sum

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur


Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Motivation

Des maths “classiques” aux MAP

MAP : prise en compte de contraintes réelles

Exemple : dans le monde réel, tout est en nombre fini
→ nécessité de travailler avec des ensembles mathématiques finis

Maths classiques infini	calcul sur ordinateur fini
\mathbb{N} ou \mathbb{Z}	$\{0, 2^N - 1\}$ ou $\{-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1\}$
\mathbb{R}	$v = m/2^P$ avec $-2^{N-1} \leq m \leq 2^{N-1} - 1$
calcul d'une intégrale \int	calcul d'une somme finie \sum
 Mathématiques Appliquées prise en compte de ces contraintes par les MAP	

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

2

SCILAB

- Logiciels en MAP
- Scilab

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Utilisation de logiciels en MAP

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Utilisation de logiciels en MAP

Outil informatique quasi-indispensable dans la plupart des domaines des MAP

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Utilisation de logiciels en MAP

Outil informatique quasi-indispensable dans la plupart des domaines des MAP

Logiciel suivant le domaine d'application :

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Utilisation de logiciels en MAP

Outil informatique quasi-indispensable dans la plupart des domaines des MAP

Logiciel suivant le domaine d'application :

- logiciels de calcul numérique : Scilab, MATLAB, Octave, R, ...

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Utilisation de logiciels en MAP

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

Outil informatique quasi-indispensable dans la plupart des
domaines des MAP

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Logiciel suivant le domaine d'application :

- logiciels de calcul numérique : Scilab, MATLAB, Octave, R, ...
- logiciels de calcul formel : MAPLE, Mathematica, maxima, ...

Utilisation de logiciels en MAP

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

Outil informatique quasi-indispensable dans la plupart des domaines des MAP

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Logiciel suivant le domaine d'application :

- logiciels de calcul numérique : Scilab, MATLAB, Octave, R, ...
- logiciels de calcul formel : MAPLE, Mathematica, maxima, ...
- logiciels de programmation, de visualisation, ...

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Logiciel de calcul numérique développé à partir de 2000 par l'INRIA et repris par un consortium à la fin des années 2000.

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Logiciel de calcul numérique développé à partir de 2000 par l'INRIA et repris par un consortium à la fin des années 2000.

Logiciel libre (licence CeCILL) disponible gratuitement, sources et binaires exécutables sont téléchargeables sur le site : www.scilab.org

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Logiciel de calcul numérique développé à partir de 2000 par l'INRIA et repris par un consortium à la fin des années 2000.

Logiciel libre (licence CeCILL) disponible gratuitement, sources et binaires exécutables sont téléchargeables sur le site : www.scilab.org

Version installée au DLST : 5.4.1

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Logiciel de calcul numérique développé à partir de 2000 par l'INRIA et repris par un consortium à la fin des années 2000.

Logiciel libre (licence CeCILL) disponible gratuitement, sources et binaires exécutables sont téléchargeables sur le site : www.scilab.org

Version installée au DLST : 5.4.1

Logiciel basé sur une librairie de calcul numérique matriciel

- calcul sur des tableaux de valeurs
- graphique 2D, 3D
- “interactif” : pas de compilateur

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Scilab : principales fonctionnalités

Utilisation de tableaux de valeurs

Définir des tableaux de valeurs

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6]$

$B = [5 \ 7 \ 2; 1 \ 4 \ 0]$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Scilab : principales fonctionnalités

Utilisation de tableaux de valeurs

Faire des opérations arithmétiques sur des tableaux

$$C = 4 \times A = \begin{pmatrix} 4 \times 1 & 4 \times 2 & 4 \times 3 \\ 4 \times 4 & 4 \times 5 & 4 \times 6 \end{pmatrix}$$

$C = 4 * A$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Scilab : principales fonctionnalités

Utilisation de tableaux de valeurs

Faire des opérations arithmétiques sur des tableaux

$$C = 4 \times A = \begin{pmatrix} 4 \times 1 & 4 \times 2 & 4 \times 3 \\ 4 \times 4 & 4 \times 5 & 4 \times 6 \end{pmatrix}$$

$$C = 4 * A$$

$$D = A + B = \begin{pmatrix} 1 + 5 & 2 + 7 & 3 + 2 \\ 4 + 1 & 5 + 4 & 6 + 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A + B$$

3

Calculer sur un ordinateur

- Systèmes de numération
- Calcul automatique

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

Trouver des **symboles** pour représenter ces **quantités**

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

Trouver des **symboles** pour représenter ces **quantités**

- de très nombreux systèmes

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

Trouver des **symboles** pour représenter ces **quantités**

- de très nombreux systèmes
- numération mésopotamienne (base soixante), dès le III^e millénaire av. J.-C.

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

Trouver des **symboles** pour représenter ces **quantités**

- de très nombreux systèmes
- numération mésopotamienne (base soixante), dès le III^e millénaire av. J.-C.
- Egypte, Grèce, Empire romain, Chine, Empire Maya, Inde, ...

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Calcul : du latin **calculus** (qui signifie *caillou...*) ?

Le berger compte ses moutons :

- le berger dépose des cailloux dans un récipient quand un mouton sort de l'enclos
- il retire un caillou du récipient quand un mouton entre dans l'enclos

Trouver des **symboles** pour représenter ces **quantités**

- de très nombreux systèmes
- numération mésopotamienne (base soixante), dès le III^e millénaire av. J.-C.
- Egypte, Grèce, Empire romain, Chine, Empire Maya, Inde, ...
- actuellement : système décimal
mais certains systèmes anciens persistent :
→ base 60 pour compter le temps en minutes et secondes

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Evolution et enrichissement des différents systèmes de numération

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Systemes de numeration

Numbers and calculation : a common history

Evolution and enrichment of different numbering systems

- negative numbers
(notion de perte ou de gain, mesure dans une echelle relative - par ex. temperature)

MAP 110-120 :

Decouverte des
mathematiques
appliquees

MAP110-120

Programme
Deroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systemes de numeration
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numeriquement
stable
Un exemple numeriquement
instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Evolution et enrichissement des différents systèmes de numération

- les nombres négatifs
(notion de perte ou de gain, mesure dans une échelle relative - par ex. température)
- le nombre “0” (zéro)

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systemes de numeration

Numbers and calculation : a common history

Evolution and enrichment of different numbering systems

- negative numbers
(notion de perte ou de gain, mesure dans une échelle relative - par ex. température)
- the number "0" (zero)
- fractions and rational numbers : a complex history

MAP 110-120 :

Discovery of applied mathematics

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systemes de numeration

Numbers and calculation : a common history

Evolution and enrichment of different numbering systems

- negative numbers
(notion of loss or gain, measurement on a relative scale - for example, temperature)
- the number "0" (zero)
- fractions and rational numbers : a complex history
- decimal numbers

MAP 110-120 :

Discovery of applied mathematics

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systemes de numeration

Numbers and calculation : a common history

Evolution and enrichment of different numbering systems

- negative numbers
(notion de perte ou de gain, mesure dans une échelle relative - par ex. température)
- the number "0" (zero)
- fractions and rational numbers : a complex history
- decimal numbers
- irrationals (history of the number π , ...)

MAP 110-120 :

Discovery of applied mathematics

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systemes de numeration

Numbers and calculation : a common history

Evolution and enrichment of different numbering systems

- negative numbers
(notion de perte ou de gain, mesure dans une echelle relative - par ex. temperature)
- the number "0" (zero)
- fractions and rational numbers : a complex history
- decimal numbers
- irrational numbers (history of the number π , ...)
- real numbers, complex numbers

MAP 110-120 :

Discovery of applied mathematics

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systemes de numeration
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Evolution et enrichissement des différents systèmes de numération

- les nombres négatifs
(notion de perte ou de gain, mesure dans une échelle relative - par ex. température)
- le nombre “0” (zéro)
- les fractions et nombres rationnels : une histoire complexe
- les nombres décimaux
- les irrationnels (histoire du nombre π , ...)
- les nombres réels, complexes

Concepts difficiles à mettre en place

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Systèmes de numération

Nombres et calcul : une histoire commune

Evolution et enrichissement des différents systèmes de numération

- les nombres négatifs
(notion de perte ou de gain, mesure dans une échelle relative - par ex. température)
- le nombre "0" (zéro)
- les fractions et nombres rationnels : une histoire complexe
- les nombres décimaux
- les irrationnels (histoire du nombre π , ...)
- les nombres réels, complexes

Concepts difficiles à mettre en place

Calculs associés difficiles

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile
- sujet à des erreurs
- vérifications nécessaires

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile
- sujet à des erreurs
- vérifications nécessaires

Conséquence : il n'est pas envisageable d'effectuer *à la main* des centaines, des milliers ou des millions d'opérations

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile
- sujet à des erreurs
- vérifications nécessaires

Conséquence : il n'est pas envisageable d'effectuer *à la main* des centaines, des milliers ou des millions d'opérations

- en un temps raisonnable

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile
- sujet à des erreurs
- vérifications nécessaires

Conséquence : il n'est pas envisageable d'effectuer *à la main* des centaines, des milliers ou des millions d'opérations

- en un temps raisonnable
- de façon fiable

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Calcul

Les limites du calcul manuel

Calcul à la main :

- long
- difficile
- sujet à des erreurs
- vérifications nécessaires

Conséquence : il n'est pas envisageable d'effectuer *à la main* des centaines, des milliers ou des millions d'opérations

- en un temps raisonnable
- de façon fiable

⇒ Nécessité d'**automatiser** les calculs à l'aide de machines

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Calcul

Calcul automatique

Evolution du calcul automatique : des “machines” aux ordinateurs

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Evolution du calcul automatique : des “machines” aux ordinateurs

- machine de Pascal (XVII^e siècle) [*automate*]

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Evolution du calcul automatique : des “machines” aux ordinateurs

- machine de Pascal (XVII^e siècle) [*automate*]
- machine de Babbage (XIX^e siècle) : principe de l'*ordinateur* [*automate programmable*] **mais jamais construit**

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Evolution du calcul automatique : des “machines” aux ordinateurs

- machine de Pascal (XVII^e siècle) [*automate*]
- machine de Babbage (XIX^e siècle) : principe de l'*ordinateur* [*automate programmable*] **mais jamais construit**
- premier ordinateur (1945) : l'**ENIAC**
quelques centaines d'opérations par seconde

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Calcul automatique

Evolution du calcul automatique : des “machines” aux ordinateurs

- machine de Pascal (XVII^e siècle) [*automate*]
- machine de Babbage (XIX^e siècle) : principe de l'*ordinateur* [*automate programmable*] **mais jamais construit**
- premier ordinateur (1945) : l'**ENIAC**
quelques centaines d'opérations par seconde
- ordinateurs actuels :
 - ~ 1 milliard d'opérations par seconde (PC)
 - ~ 1000 milliard d'opérations par seconde (ordinateurs dédiés au calcul)

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

- des progrès, mais aussi des erreurs ou comportement étonnants voire désastreux

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

- des progrès, mais aussi des erreurs ou comportement étonnants voire désastreux
 - perte d'une plate-forme pétrolière en mer du Nord,

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

- des progrès, mais aussi des erreurs ou comportement étonnants voire désastreux
 - perte d'une plate-forme pétrolière en mer du Nord,
 - explosion du lanceur Ariane V lors de son premier vol,

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

- des progrès, mais aussi des erreurs ou comportement étonnants voire désastreux
 - perte d'une plate-forme pétrolière en mer du Nord,
 - explosion du lanceur Ariane V lors de son premier vol,
 - erreur de guidage de sonde, ...

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Calcul

Calcul automatique

Bilan

- possibilité de faire des calculs de façon extrêmement rapide
- nécessité de revoir la représentation des nombres ainsi que la manière de faire des calculs sur ceux-ci

Approche **numérique** des mathématiques : les MAP

- des progrès, mais aussi des erreurs ou comportement étonnants voire désastreux
 - perte d'une plate-forme pétrolière en mer du Nord,
 - explosion du lanceur Ariane V lors de son premier vol,
 - erreur de guidage de sonde, ...
- modèles et méthodes appropriés

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable

Un exemple numériquement instable

4

Exemples de calcul sur ordinateur

- Un exemple numériquement stable
- Un exemple numériquement instable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Exemples de calcul sur ordinateur

Faire faire des calculs à un ordinateur permet de résoudre des problèmes de plus en plus complexes au fur et à mesure de l'accroissement des possibilités de calcul
(Loi de Moore : double de la capacité de calcul tous les 2 ans)

MAP 110-120 :

Découverte des mathématiques appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement stable
Un exemple numériquement instable

Exemples de calcul sur ordinateur

Faire faire des calculs à un ordinateur permet de résoudre des problèmes de plus en plus complexes au fur et à mesure de l'accroissement des possibilités de calcul
(Loi de Moore : double de la capacité de calcul tous les 2 ans)

Mais ces calculs doivent être fait de manière appropriée

Certaines règles (opérations, formules, ...) mathématiques ne doivent pas être faites tel quel sur un ordinateur

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable
Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Calculer la fonction mathématique *racine carrée* ($\sqrt{\quad}$) à l'aide d'opérations arithmétiques (+ - × /)

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Calculer la fonction mathématique *racine carrée* ($\sqrt{\quad}$) à l'aide d'opérations arithmétiques ($+$ $-$ \times $/$)

Connaissant un réel positif a , calculer (une approximation de) la *racine carrée* de a .

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Calculer la fonction mathématique *racine carrée* ($\sqrt{\quad}$) à l'aide d'opérations arithmétiques (+ - × /)

Connaissant un réel positif a , calculer (une approximation de) la *racine carrée* de a .

Diverses méthodes sont envisageables.

Parmi celles-ci, la *méthode de Newton* permet d'obtenir rapidement le résultat en n'utilisant que les 4 opérations de base.

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Principe de la méthode : \sqrt{a} solution de $x^2 - a = 0$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

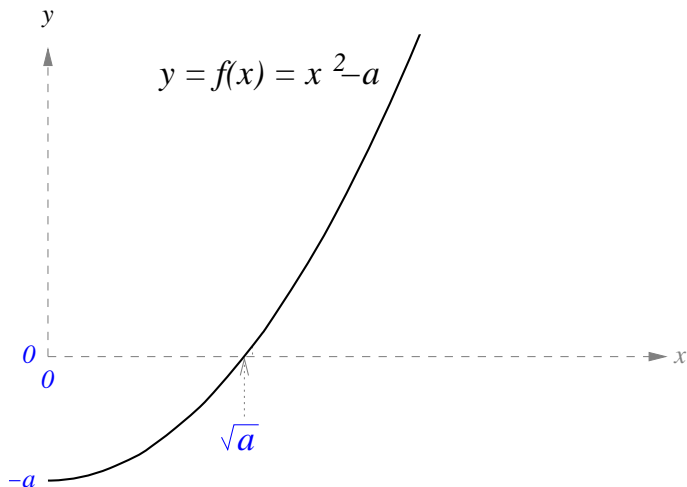
Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

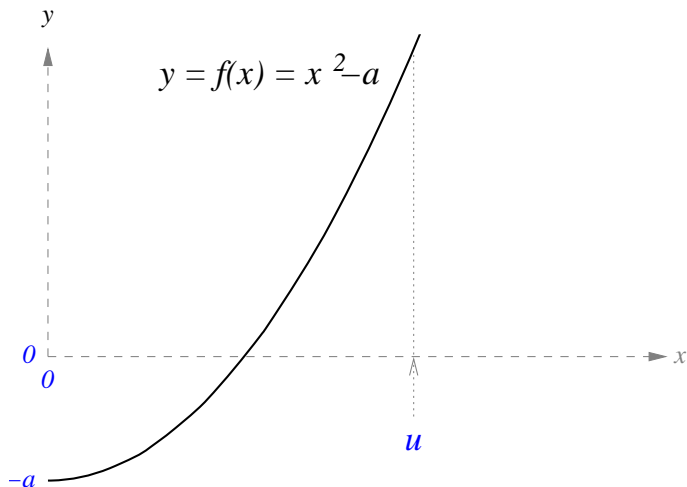
Un exemple numériquement stable

Considérer le graphe de la fonction $f(x) = x^2 - a$



Un exemple numériquement stable

Choisir une valeur u (supérieure à \sqrt{a})



MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

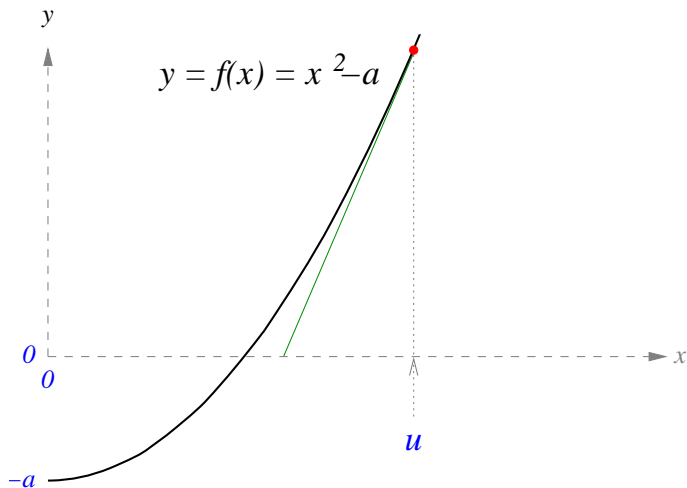
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

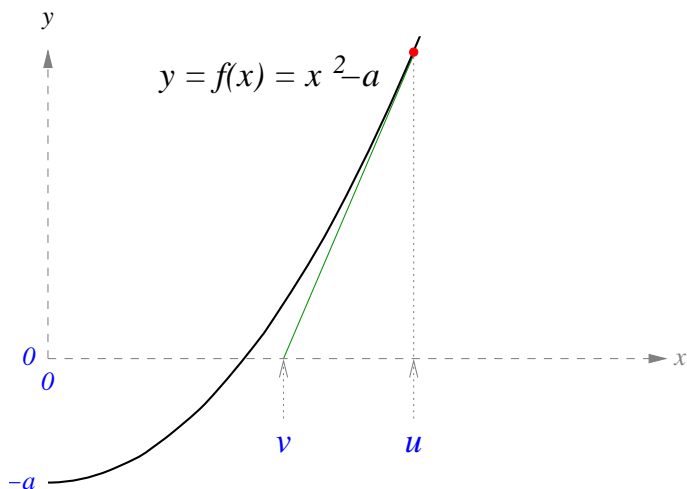
Un exemple numériquement stable

Déterminer la tangente à la courbe pour $x = u$



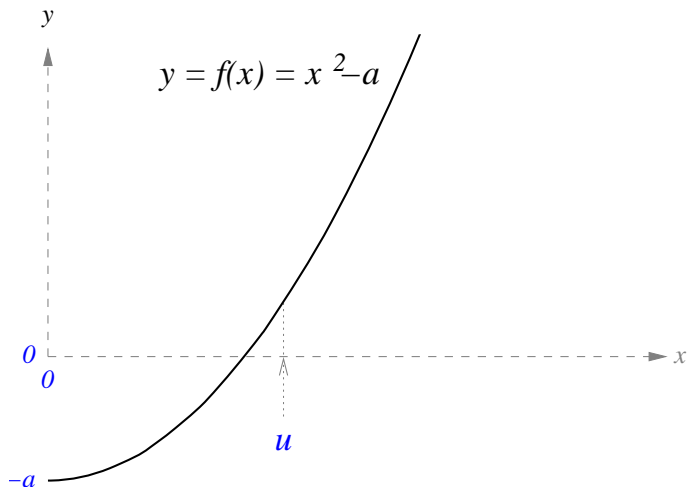
Un exemple numériquement stable

Déterminer l'abscisse v correspondant à l'intersection avec l'axe $y = 0$



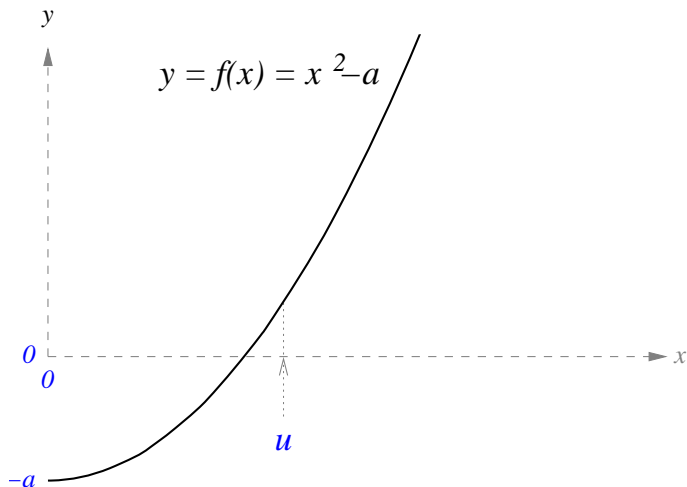
Un exemple numériquement stable

v devient la nouvelle valeur de u et recommencer le procédé



Un exemple numériquement stable

On a une valeur u



MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

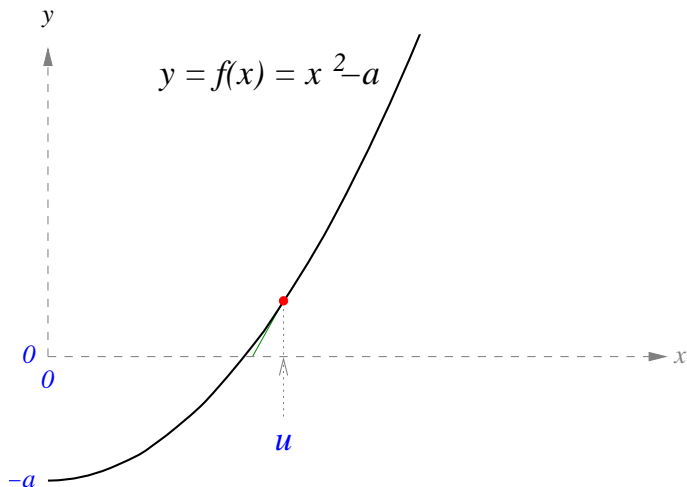
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

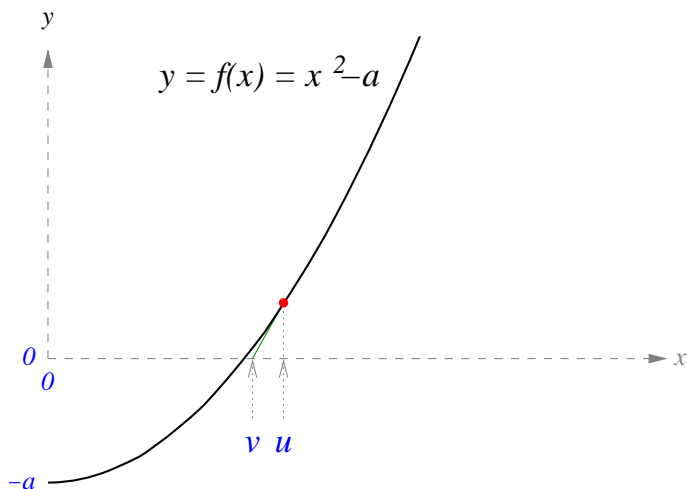
Un exemple numériquement stable

Déterminer la tangente à la courbe pour $x = u$



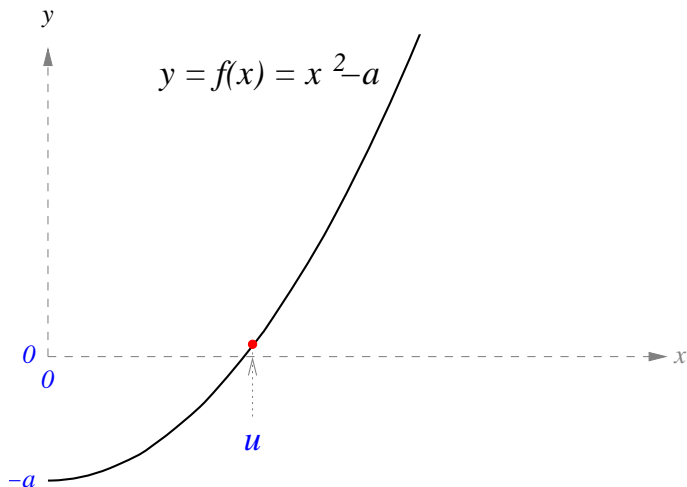
Un exemple numériquement stable

Déterminer l'abscisse v correspondant à l'intersection avec l'axe $y = 0$



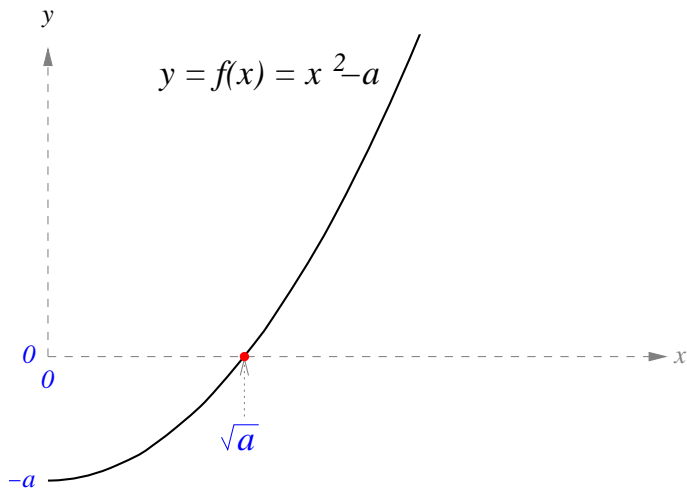
Un exemple numériquement stable

v devient la nouvelle valeur de u et recommencer le procédé ...



Un exemple numériquement stable

et rapidement la valeur v se rapproche de la valeur \sqrt{a}



Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

$$u_1 = \frac{a + 1}{2}$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

$$u_1 = \frac{a + 1}{2} \quad u_2 = \frac{a}{2 u_1} + \frac{u_1}{2}$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

$$u_1 = \frac{a + 1}{2} \quad u_2 = \frac{a}{2 u_1} + \frac{u_1}{2}$$

$$u_3 = \frac{a}{2 u_2} + \frac{u_2}{2}$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

$$u_1 = \frac{a+1}{2} \quad u_2 = \frac{a}{2u_1} + \frac{u_1}{2}$$

$$u_3 = \frac{a}{2u_2} + \frac{u_2}{2} \quad u_4 = \frac{a}{2u_3} + \frac{u_3}{2}$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

Il suffit de calculer la suite de valeurs :

$$u_1 = \frac{a+1}{2} \quad u_2 = \frac{a}{2u_1} + \frac{u_1}{2}$$

$$u_3 = \frac{a}{2u_2} + \frac{u_2}{2} \quad u_4 = \frac{a}{2u_3} + \frac{u_3}{2}$$

⋮

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

et de s'arrêter à un rang N particulier.

$$u_3 = \frac{a}{2} \frac{1}{u_2} + \frac{u_2}{2} \qquad u_4 = \frac{a}{2} \frac{1}{u_3} + \frac{u_3}{2}$$

⋮

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

et de s'arrêter à un rang N particulier.

$$u_3 = \frac{a}{2 u_2} + \frac{u_2}{2} \quad u_4 = \frac{a}{2 u_3} + \frac{u_3}{2}$$

⋮

$$u_N = \frac{a}{2 u_{N-1}} + \frac{u_{N-1}}{2}$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement stable

et de s'arrêter à un rang N particulier.

$$u_3 = \frac{a}{2 u_2} + \frac{u_2}{2} \qquad u_4 = \frac{a}{2 u_3} + \frac{u_3}{2}$$

⋮

$$u_N = \frac{a}{2 u_{N-1}} + \frac{u_{N-1}}{2} \qquad u_{N+1} = \frac{a}{2 u_N} + \frac{u_N}{2}$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme

Déroulement de l'UE

Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP

Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération

Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer le nombre π

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

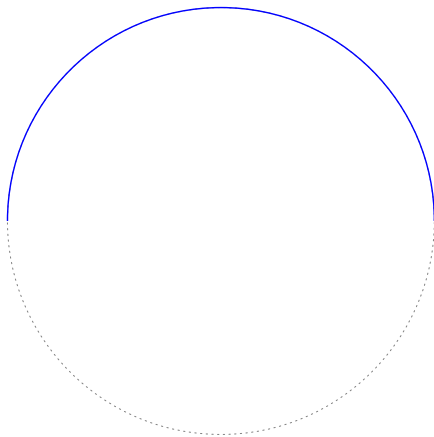
Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

π = demi-périmètre d'un cercle de rayon 1



MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

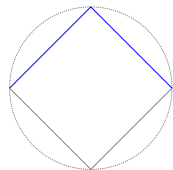
Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

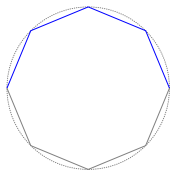
Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

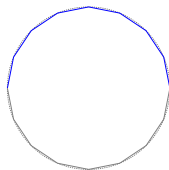
Approcher le cercle par un polygone régulier inscrit à 2^M cotés



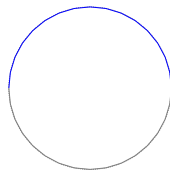
4 cotés



8 cotés



16 cotés



32 cotés

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

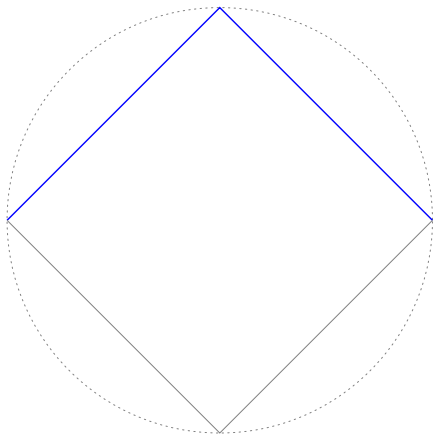
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

$\pi \simeq v_n =$ demi-périmètre du polygone P_n régulier inscrit à 2^{n+1} cotés



P_1 polygone régulier à 4 cotés

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

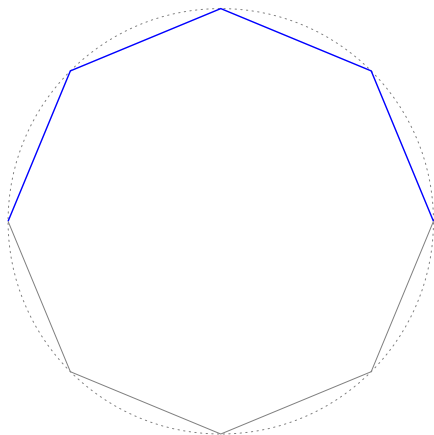
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

$\pi \simeq v_n =$ demi-périmètre du polygone P_n régulier inscrit à 2^{n+1} cotés



P_2 polygone régulier à 8 cotés

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

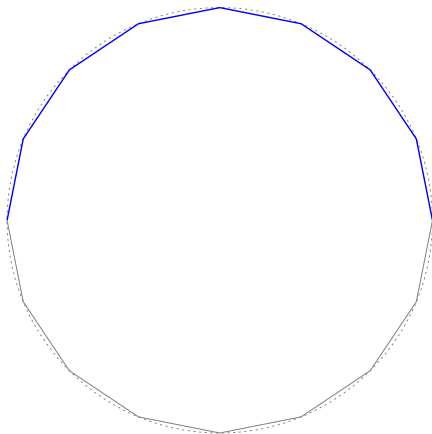
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

$\pi \simeq v_n =$ demi-périmètre du polygone P_n régulier inscrit à 2^{n+1} cotés



P_3 polygone régulier à 16 cotés

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

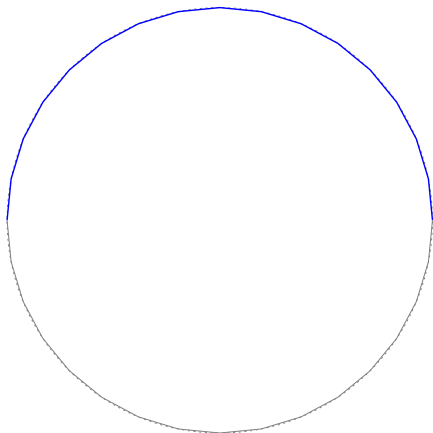
Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

$\pi \simeq v_n =$ demi-périmètre du polygone P_n régulier inscrit à 2^{n+1} cotés



P_4 polygone régulier à 32 cotés

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$v_n = 2^n u_n, \forall n \geq 1$$

avec u_n longueur d'un coté de P_n

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$v_n = 2^n u_n, \forall n \geq 1$$

avec u_n longueur d'un coté de P_n

→ trouver une récurrence pour la suite u_n

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

On a $u_1 = \sqrt{2}$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

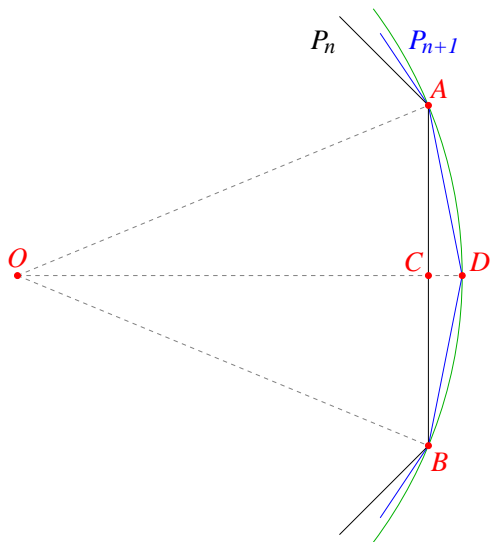
Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable



MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

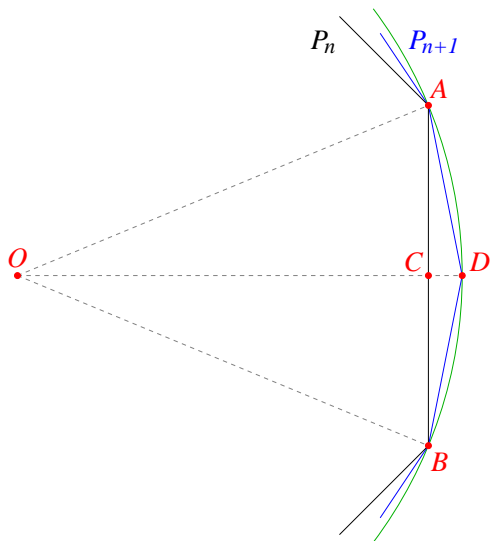
Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

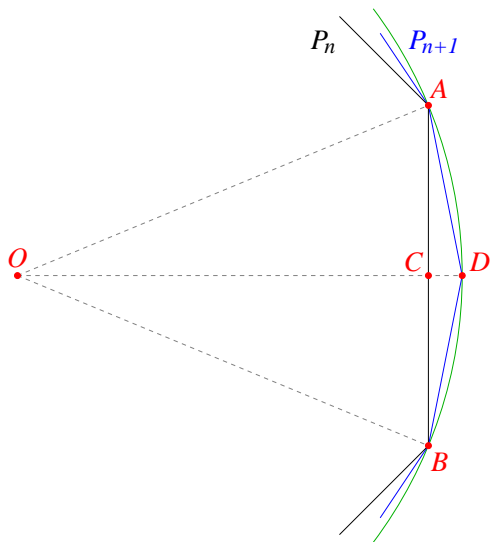
Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable



Supposons u_n connu avec $u_n = \overline{AB}$: on cherche à déduire $u_{n+1} = \overline{AD}$

Un exemple numériquement instable



Utilisation des propriétés géométriques

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

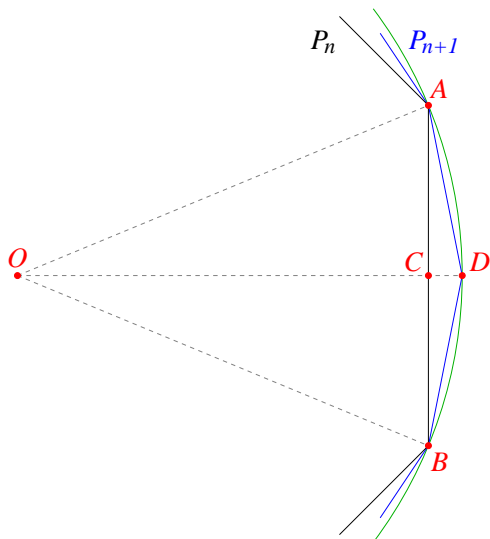
Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable



$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OD} = \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \text{ et } \overline{AC} = \overline{AB}/2$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

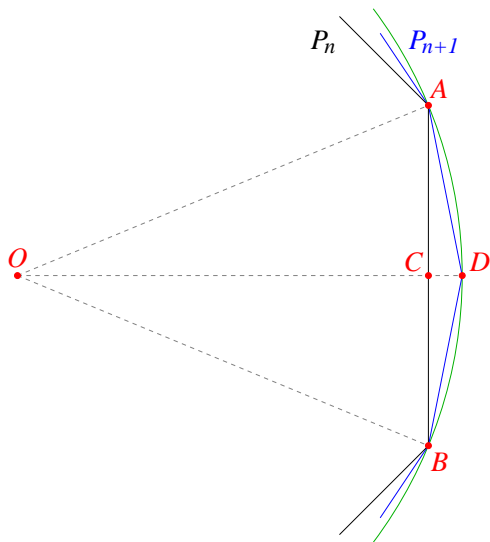
Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

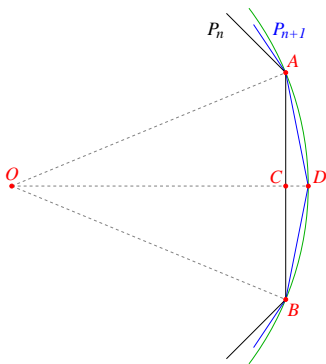


triangles OCA et ACD rectangles en C :

$$\overline{OC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{OA}^2 \quad \text{et} \quad \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2$$

Un exemple numériquement instable

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{OA} = 1 \\ \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \\ \overline{AC} = u_n/2 \\ \overline{OC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{OA}^2 \iff \overline{OC}^2 + \frac{u_n^2}{4} = 1 \\ \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 \iff \frac{u_n^2}{4} + \overline{CD}^2 = u_{n+1}^2 \end{array} \right.$$



MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{OA} = 1 \\ \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \\ \overline{AC} = u_n/2 \\ \overline{OC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{OA}^2 \iff \overline{OC}^2 + \frac{u_n^2}{4} = 1 \\ \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 \iff \frac{u_n^2}{4} + \overline{CD}^2 = u_{n+1}^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \iff \overline{CD} = 1 - \overline{OC} \\ \overline{OC}^2 + \frac{u_n^2}{4} = 1 \iff \overline{OC} = \sqrt{1 - \frac{u_n^2}{4}} \\ \frac{u_n^2}{4} + \overline{CD}^2 = u_{n+1}^2 \iff u_{n+1}^2 = \frac{u_n^2}{4} + (1 - \overline{OC})^2 \end{array} \right.$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

$$\begin{cases} \overline{OA} = 1 \\ \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \\ \overline{AC} = u_n/2 \\ \overline{OC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{OA}^2 \iff \overline{OC}^2 + \frac{u_n^2}{4} = 1 \\ \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 \iff \frac{u_n^2}{4} + \overline{CD}^2 = u_{n+1}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{OC} + \overline{CD} = 1 \iff \overline{CD} = 1 - \overline{OC} \\ \overline{OC}^2 + \frac{u_n^2}{4} = 1 \iff \overline{OC} = \sqrt{1 - \frac{u_n^2}{4}} \\ \frac{u_n^2}{4} + \overline{CD}^2 = u_{n+1}^2 \iff u_{n+1}^2 = \frac{u_n^2}{4} + (1 - \overline{OC})^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{n+1}^2 = \frac{u_n^2}{4} + 1 - 2\overline{OC} + \overline{OC}^2 = 2 - 2\sqrt{1 - \frac{u_n^2}{4}} = 2 - \sqrt{4 - u_n^2}$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$u_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - u_n^2}}, \quad v_{n+1} = 2^{n+1} u_{n+1}$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$u_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - u_n^2}}, \quad v_{n+1} = 2^{n+1} u_{n+1}$$

$$v_1 = 2\sqrt{2}$$

MAP 110-120 :

Découverte des
mathématiques
appliquées

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un
ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul
sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$u_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - u_n^2}}, \quad v_{n+1} = 2^{n+1} u_{n+1}$$

$$v_1 = 2\sqrt{2} \quad v_{n+1} = 2^{n+1} \sqrt{2 - \sqrt{4 - \left(\frac{v_n}{2^n}\right)^2}}, \quad \forall n \geq 1$$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$u_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - u_n^2}}, \quad v_{n+1} = 2^{n+1} u_{n+1}$$

$$v_1 = 2\sqrt{2} \quad v_{n+1} = 2^{n+1} \sqrt{2 - \sqrt{4 - \left(\frac{v_n}{2^n}\right)^2}}, \quad \forall n \geq 1$$

Numériquement (par calcul sur ordinateur) $v_n \rightarrow 0$

MAP110-120

Programme
Déroulement de l'UE
Motivation

SCILAB

Logiciels en MAP
Scilab

Calculer sur un ordinateur

Systèmes de numération
Calcul automatique

Exemples de calcul sur ordinateur

Un exemple numériquement
stable

Un exemple numériquement
instable

Un exemple numériquement instable

Calculer la suite de valeurs v_n

$$u_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - u_n^2}}, \quad v_{n+1} = 2^{n+1} u_{n+1}$$

$$v_1 = 2\sqrt{2} \quad v_{n+1} = 2^{n+1} \sqrt{2 - \sqrt{4 - \left(\frac{v_n}{2^n}\right)^2}}, \quad \forall n \geq 1$$

Numériquement (par calcul sur ordinateur) $v_n \rightarrow 0$

Solution : transformer l'expression de la relation entre v_{n+1} et de v_n