Correction détaillée du QCM 3

1. Rappel des résultats du cours

Définition 1. *Soit θ un paramètre. On appelle estimateur de θ toute variable aléatoire $\hat{\theta}_n$ de la forme*

$$\hat{\theta}_n = f(X_1, \dots, X_n)$$

où f est une fonction qui ne dépend pas de θ.

Définition 2. *Soit $\theta \in \Theta$ un paramètre et $\mathcal{L}_\theta$ une loi de probabilité qui dépend de θ. On note X une v.a. de loi $\mathcal{L}_\theta$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $p(\theta, x)$ la quantité définie de la manière suivante :*
- *si $\mathcal{L}_\theta$ est une loi discrète, alors $p(\theta, x) = \mathbb{P}_\theta(X = x)$;*
- *si $\mathcal{L}_\theta$ est une loi à densité, alors $p(\theta, \cdot)$ est la densité de la variable X.*

Soit $X_1, \dots, X_n$ un échantillon. On appelle vraisemblance de l'échantillon $X_1, \dots, X_n$ la fonction définie par

$$L_{X_1,\dots,X_n} : \begin{cases} \Theta & \to \quad \mathbb{R}_+ \\ \theta & \mapsto \quad \displaystyle\prod_{i=1}^n p(\theta, X_i) \end{cases}$$

De plus, on appelle estimateur du maximum de vraisemblance de θ, la variable aléatoire $\hat{\theta}_n$ (quand elle existe) qui maximise la vraisemblance.

Proposition 3.
- *Soit X une v.a. positive. Si $\mathbb{E}[X] = 0$ alors $X = 0$ presque sûrement.*
- *Plus généralement, soit X une v.a. Si $\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = 0$ alors il existe une constante a telle que $X = a$ p.s.*

Fait. On rappel ici (de manière informelle) un fait que l'on avait déjà noté dans la correction du QCM 2.

Un intervalle de confiance de niveau $\alpha \geq 0$ est également un intervalle de confiance de niveau β pour tout $\beta \geq \alpha$. En particulier, c'est un intervalle de confiance de niveau 2α.

2. Correction

La correction est divisée en trois sections qui correspondent aux deux exercices et au problème. Les notations définies sur le sujet ne sont pas rappelées ici. Les résultats qui correspondent aux bonnes réponses à cocher sont soulignés.

2.1. Exercice 1.

Correction 1. On utilise la formule du calcul de l'espérance d'une variable à densité. Ce qui donne

$$\mathbb{E}_\theta[X_1] = \frac{1-\theta}{2} \int_{-1}^0 x dx + \frac{1+\theta}{2} \int_0^1 x dx.$$

Or, $\int_{-1}^0 x dx = -\int_0^1 x dx = -1/2$, donc

$$\mathbb{E}_\theta[X_1] = \frac{\theta - 1}{4} + \frac{1+\theta}{4} \underline{= \theta/2}.$$

Par définition on a également,

$$\mathbb{E}_\theta\left[X_1^2\right] = \frac{1-\theta}{2}\int_{-1}^{0} x^2 dx + \frac{1+\theta}{2}\int_{0}^{1} x^2 dx.$$

Or, $\int_{-1}^{0} x^2 dx = \int_0^1 x^2 dx = 1/3$, donc

$$\mathbb{E}_\theta\left[X_1^2\right] = \frac{1-\theta}{6} + \frac{1+\theta}{6} \underline{= 1/3}.$$

Attention, une des réponses proposées était $\mathbb{E}_\theta\left[X_1^2\right] = 0$. Cocher cette réponse constitue une erreur grave. En effet, cela impliquerait que $X_1 = 0$ p.s. (voir Proposition 3).

Correction 2. Avec l'égalité $\mathbb{E}_\theta\left[X_1\right] = \theta/2$, on est dans le cadre de la méthode des moments avec $f = \mathrm{id}$ et $g : x \mapsto x/2$. Or, la fonction g est inversible sur $\mathbb{R}$ et $g^{-1}(x) = 2x$. Ainsi, l'estimateur donné par la méthode des moments est

$$\underline{\hat{\theta}_n = 2 \times \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = 2\bar{X}_n.}$$

On ne peut rien déduire du moment d'ordre 2 ($\mathbb{E}_\theta\left[X_1^2\right] = 1/3$) car il ne dépend pas de θ.

Correction 3. On est dans le cas de loi à densité. Si on suit la définition 2, on a $p(\theta, x) = f_\theta(x)$ pour tout $\theta \in]-1,1[$ et $x \in \mathbb{R}$. En paraphrasant, on a le résultat suivant

$$p(\theta, x) = \begin{cases} \dfrac{1-\theta}{2} & \text{si } x \in [-1, 0[, \\ \dfrac{1+\theta}{2} & \text{si } x \in]0, 1], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ainsi, dans le produit $L_{X_1,\ldots,X_n}(\theta) = \prod_{i=1}^n p(\theta, X_i)$ il y a exactement S_{-1} (resp. S_1) termes égaux à $(1-\theta)/2$ (resp. $(1+\theta)/2$). Donc,

$$\underline{L_{X_1,\ldots,X_n}(\theta) = \left(\frac{1-\theta}{2}\right)^{S_{-1}}\left(\frac{1+\theta}{2}\right)^{S_1}\prod_{i=1}^{n}\mathbf{1}_{[-1,0[\cup]0,1]}(X_i).}$$

De plus, on peut remarquer que

$$\big(\forall i,\ X_i \in [-1, 0[\cup]0, 1]\big) \Leftrightarrow S_{-1} + S_1 = n$$

et donc

$$\underline{L_{X_1,\ldots,X_n}(\theta) = \left(\frac{1-\theta}{2}\right)^{S_{-1}}\left(\frac{1+\theta}{2}\right)^{S_1}\mathbf{1}_{\{n\}}(S_{-1}+S_1).}$$

A noter qu'une des propositions correpondait à la log-vraisemblance. Il ne fallait pas la cocher ici.

Correction 4. On cherche en quelle valeur θ_0 la fonction trouvée à la question précédente est maximale. La partie de type indicatrice dans l'expression de la vraisemblance ne dépend pas du paramètre θ, elle n'influe donc pas dans la recherche du maximum (contrairement à la question 13). Ainsi, on peut supposer que les indicatrices valent 1 (en particulier, $S_{-1} + S_1 = n$) et se limiter à chercher un maximum de la fonction

$$\theta \mapsto \left(\frac{1-\theta}{2}\right)^{S_{-1}}\left(\frac{1+\theta}{2}\right)^{S_1}.$$

Pour ce faire, on va étudier le logarithme de cette fonction, i.e.

$$\ell_{X_1,\ldots,X_n}(\theta) = S_{-1}\log\left(\frac{1-\theta}{2}\right) + S_1\log\left(\frac{1+\theta}{2}\right) = S_{-1}\log(1-\theta) + S_1\log(1+\theta) + C,$$

où $C = -(S_{-1}+S_1)\log(2)$ est une constante qui ne dépend pas de θ. La dérivée de ℓ par rapport à θ est égale à

$$\frac{d\ell_{X_1,\dots,X_n}}{d\theta}(\theta) = \frac{S_1}{1+\theta} - \frac{S_{-1}}{1-\theta} = \frac{(1-\theta)S_1-(1+\theta)S_{-1}}{(1+\theta)(1-\theta)} = \frac{S_1-S_{-1}-\theta(S_{-1}+S_1)}{1-\theta^2}.$$

Comme $\theta\in]0,1[\Rightarrow(1-\theta^2)>0$, on a

$$\frac{d\ell_{X_1,\dots,X_n}}{d\theta}(\theta)\geq 0 \Leftrightarrow \theta \leq \frac{S_1-S_{-1}}{S_{-1}+S_1} = \frac{S_1-S_{-1}}{n}.$$

Donc, $\widetilde{\theta}_n = \frac{S_1-S_{-1}}{S_{-1}+S_1} = \frac{S_1-S_{-1}}{n}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ. Les autres réponses proposées sont donc automatiquement fausses.

2.2. **Exercice 2.**

Correction 5. On utilise la formule du calcul de l'espérance d'une variable discrète. Ce qui donne

$$\mathbb{E}_\lambda[X_1] = (-1)\times\lambda + 0\times(1-2\lambda) + 1\times\lambda \underline{= 0}.$$

Par définition on a également,

$$\mathbb{E}_\lambda\left[X_1^2\right] = (-1)^2\times\lambda + 0^2\times(1-2\lambda) + 1^2\times\lambda \underline{= 2\lambda}.$$

Attention, une des réponses proposées était $\mathbb{E}_\lambda\left[X_1^2\right]=0$. Cocher cette réponse constitue une erreur grave. En effet, cela impliquerait que $X_1=0$ p.s. (voir Proposition 3).

Correction 6. On ne peut rien déduire du moment d'ordre 1 ($\mathbb{E}_\lambda[X_1]=0$) car il ne dépend pas de λ. Avec l'égalité $\mathbb{E}_\lambda\left[X_1^2\right]=2\lambda$, on est dans le cadre de la méthode des moments avec $f: x\mapsto x^2$ et $g: x\mapsto 2x$. Or, la fonction g est inversible sur $\mathbb{R}$ et $g^{-1}(x)=x/2$. Ainsi, l'estimateur donné par la méthode des moments est

$$\underline{\hat{\lambda}_n = \frac{1}{2}\times\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2.}$$

Correction 7. On est dans le cas de loi discrète. Si on suit la définition 2, on a

$$p(\lambda,x) = \begin{cases}\lambda & \text{si } x=-1,\\ 1-2\lambda & \text{si } x=0,\\ \lambda & \text{si } x=1,\\ 0 & \text{sinon.}\end{cases}$$

Ainsi, dans le produit $L_{X_1,\dots,X_n}(\lambda)=\prod_{i=1}^n p(\lambda,X_i)$ il y a exactement V_{-1} (resp. V_0 et V_1) termes égaux à λ (resp. $1-2\lambda$ et λ). Donc,

$$\underline{L_{X_1,\dots,X_n}(\lambda) = \lambda^{V_{-1}}(1-2\lambda)^{V_0}\lambda^{V_1}\prod_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{-1,0,1\}}(X_i).}$$

De plus, on peut remarquer que

$$\left(\forall i,\ X_i=-1,0 \text{ ou } 1\right)\Leftrightarrow V_{-1}+V_0+V_1=n$$

et donc

$$\underline{L_{X_1,\dots,X_n}(\lambda) = \lambda^{V_{-1}}(1-2\lambda)^{V_0}\lambda^{V_1}\mathbf{1}_{\{n\}}(V_{-1}+V_0+V_1).}$$

A noter qu'une des propositions correpondait à la log-vraisemblance. Il ne fallait pas la cocher ici.

Correction 8. On cherche en quelle valeur λ_0 la fonction trouvée à la question précédente est maximale. La partie de type indicatrice dans l'expression de la vraisemblance ne dépend pas du paramètre λ, elle n'influe donc pas dans la recherche du maximum (contrairement à la question 13). Ainsi, on peut supposer que les indicatrices valent 1 (en particulier, $V_{-1}+V_0+V_1=n$) et se limiter à chercher un maximum de la fonction

$$\lambda \mapsto \lambda^{V_{-1}}(1-2\lambda)^{V_0}\lambda^{V_1}.$$

Pour ce faire, on va étudier le logarithme de cette fonction, i.e.

$$\ell_{X_1,\dots,X_n}(\lambda) = V_{-1}\log(\lambda) + V_0\log(1-2\lambda) + V_1\log(\lambda).$$

La dérivée de ℓ par rapport à λ est égale à

$$\frac{d\ell_{X_1,\dots,X_n}}{d\lambda}(\lambda) = \frac{V_{-1}}{\lambda} - 2\frac{V_0}{1-2\lambda} + \frac{V_1}{\lambda} = \frac{(V_{-1}+V_1)(1-2\lambda)-2V_0\lambda}{\lambda(1-2\lambda)} = \frac{V_{-1}+V_1-2\lambda(V_{-1}+V_0+V_1)}{\lambda(1-2\lambda)}.$$

Comme $\lambda \in]0,1/2[\Rightarrow \lambda(1-2\lambda)>0$, on a

$$\frac{d\ell_{X_1,\dots,X_n}}{d\lambda}(\lambda) \geq 0 \Leftrightarrow \lambda \leq \frac{V_{-1}+V_1}{2(V_{-1}+V_1+V_0)} = \frac{V_{-1}+V_1}{2n}.$$

Donc, $\widetilde{\lambda}_n = \frac{V_{-1}+V_1}{2(V_{-1}+V_1+V_0)} = \frac{V_{-1}+V_1}{2n}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ. Les autres réponses proposées sont donc automatiquement fausses.

2.3. **Problème.**

Correction 9. On utilise la formule du calcul de l'espérance d'une variable à densité. Ce qui donne

$$\mathbb{E}_\nu[X_1] = \frac{1}{\nu}\int_0^\nu x dx = \frac{1}{\nu}\times\frac{\nu^2}{2} = \frac{\nu}{2}.$$

Par définition on a également,

$$\mathbb{E}_\nu\left[X_1^2\right] = \frac{1}{\nu}\int_0^\nu x^2 dx = \frac{1}{\nu}\times\frac{\nu^3}{3} = \frac{\nu^2}{3}.$$

Attention, une des réponses proposées était $\mathbb{E}_\nu\left[X_1^2\right]=0$. Cocher cette réponse constitue une erreur grave. En effet, cela impliquerait que $X_1=0$ p.s. (voir Proposition 3).

Correction 10. Avec l'égalité $\mathbb{E}_\nu[X_1]=\nu/2$, on est dans le cadre de la méthode des moments avec $f=\mathrm{id}$ et $g: x\mapsto x/2$. Or, la fonction g est inversible sur $\mathbb{R}$ et $g^{-1}(x)=2x$. Ainsi, l'estimateur donné par la méthode des moments est

$$\hat{\nu}_n^{(1)} = 2\times\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i = 2\bar{X}_n.$$

Avec l'égalité $\mathbb{E}_\nu\left[X_1^2\right]=\nu^2/3$, on est dans le cadre de la méthode des moments avec $f: x\mapsto x^2$ et $g: x\mapsto x^2/3$. Or, la fonction g est inversible sur $\mathbb{R}_+^*$ (qui est exactement l'ensemble où vit le paramètre ν) et $g^{-1}(x)=\sqrt{3x}$. Ainsi, l'estimateur donné par la méthode des moments est

$$\hat{\nu}_n^{(2)} = \sqrt{3\times\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2}.$$

Correction 11. Tout d'abord, $\mathbb{E}_\nu\left[\hat{\nu}_n^{(1)}\right] = \mathbb{E}_\nu\left[2\bar{X}_n\right] = 2\mathbb{E}_\nu[X_1]=\nu$, donc $\hat{\nu}_n^{(1)}$ est un estimateur sans biais de ν.

Ensuite, $\mathbb{E}_\nu\left[\hat{\nu}_n^{(2)}\right] = \mathbb{E}_\nu\left[\sqrt{\frac{3}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2}\right]$. On a

$$\mathbb{V}\mathrm{ar}_\nu\left(\sqrt{\frac{3}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{X}_\mathrm{i}^2}\right) = \mathbb{E}_\nu\left[\frac{3}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{X}_\mathrm{i}^2\right] - \mathbb{E}_\nu\left[\sqrt{\frac{3}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{X}_\mathrm{i}^2}\right]^2 > 0,$$

car $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\mathrm{Y}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y} =$ constante presque sûrement. Cette inégalité peut être également vue comme l'inégalité de Cauchy-Schwartz. Or, $\mathbb{E}_\nu\left[\frac{3}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2\right] = 3\mathbb{E}_\nu\left[X_1^2\right] = \nu^2$. Au final, on a $\mathbb{E}_\nu\left[\hat{\nu}_n^{(2)}\right] < \nu$, donc $\hat{\nu}_n^{(2)}$ est un estimateur biaisé de ν.

Ainsi, parmis les (deux) estimateurs trouvés à la question 10, il y a au moins un estimateur sans biais. En revanche, ils ne sont pas tous sans biais.

Correction 12. On est dans le cas de loi à densité. Si on suit la définition 2, on a $p(\nu, x) = f_\nu(x)$ pour tout $\nu > 0$ et $x \in \mathbb{R}$. Donc,

$$\underline{L_{X_1,\ldots,X_n}(\nu) = \frac{1}{\nu^n}\prod_{i=1}^n \mathbf{1}_{[0,\nu]}(X_i).}$$

Correction 13. On cherche en quelle valeur ν_0 la fonction trouvée à la question précédente est maximale. La partie de type indicatrice dans l'expression de la vraisemblance dépend du paramètre ν. On doit en tenir compte dans la recherche du maximum. Pour tout $i = 1, \ldots, n$, on a $\mathbf{1}_{[0,\nu]}(X_i) = 1$ ssi $X_i \in [0, \nu]$. La borne inférieure, ici 0, ne dépend pas du paramètre ν, donc on peut supposer que toutes les observations sont positives (≥ 0) sans perdre en généralité dans la recherche du maximum de vraisemblance. En revanche, concernant la borne supérieure, ici ν, il faut voir que

$$\begin{cases} \text{si } \nu < \max\limits_{i=1,\ldots,n} X_i \text{ alors } L_{X_1,\ldots,X_n}(\nu) = 0, \\ \text{si } \nu \geq \max\limits_{i=1,\ldots,n} X_i \text{ alors } L_{X_1,\ldots,X_n}(\nu) = \dfrac{1}{\nu^n} > 0. \end{cases} \tag{1}$$

La disjonction de cas présentée par l'équation (1) peut être également résumée de la manière suivante :

$$L_{X_1,\ldots,X_n}(\nu) = \frac{1}{\nu^n}\mathbf{1}_{[\max_{i=1,\ldots,n} X_i, +\infty[}(\nu).$$

Ainsi, pour maximiser la vraisemblance, on peut se limiter aux réels $\nu \geq \max_{i=1,\ldots,n} X_i$. Il est aisé de voir que sur $[\max_{i=1,\ldots,n} X_i, +\infty[$, la fonction vraisemblance $L_{X_1,\ldots,X_n}$ est décroissante. Elle atteint donc son maximum en $\nu_0 = \max_{i=1,\ldots,n} X_i$. Ainsi, $\widetilde{\nu}_n = \max_{i=1,\ldots,n} X_i$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de ν. Les autres réponses proposées sont donc automatiquement fausses.

Correction 14. Prenons $t = -\log(\alpha)$ dans la relation ($\star$). Cela donne

$$\forall \alpha \in]0,1[,\ \mathbb{P}_\nu\left(n\Big(1 - \frac{\widetilde{\nu}_n}{\nu}\Big) > -\log(\alpha)\right) \leq \alpha.$$

Or,

$$n\Big(1 - \frac{\widetilde{\nu}_n}{\nu}\Big) > -\log(\alpha) \Leftrightarrow \frac{\widetilde{\nu}_n}{\nu} < 1 + \frac{\log(\alpha)}{n},$$

et pour tout $\alpha > e^{-n}$, on a $\log(\alpha) > -n$ et $1 + \frac{\log(\alpha)}{n} > 0$, et donc, si $\alpha > e^{-n}$ alors

$$\frac{\widetilde{\nu}_n}{\nu} < 1 + \frac{\log(\alpha)}{n} \Leftrightarrow \frac{\nu}{\widetilde{\nu}_n} > \frac{1}{1 + \frac{\log(\alpha)}{n}} \Leftrightarrow \nu > \frac{\widetilde{\nu}_n}{1 + \frac{\log(\alpha)}{n}}.$$

Ainsi,

$$\forall \alpha \in]e^{-n}, 1[,\ \mathbb{P}_\nu\left(\nu > \frac{\widetilde{\nu}_n}{1+\frac{\log(\alpha)}{n}}\right) \leq \alpha,$$

et comme ν est positif par hypothèse, on a

$$\forall \alpha \in]e^{-n}, 1[,\ \mathbb{P}_\nu\left(\nu \in \left[0, \frac{\widetilde{\nu}_n}{1+\frac{\log(\alpha)}{n}}\right[\right) \geq 1-\alpha.$$

Ainsi, $\underline{\left[0, \frac{\widetilde{\nu}_n}{1+\frac{\log(\alpha)}{n}}\right[\text{ est un intervalle de confiance de niveau } \alpha \text{ pour } \nu}$. Comme on l'a vu au QCM 2 par exemple, on en déduit aussi que $\underline{\left[0, \frac{\widetilde{\nu}_n}{1+\frac{\log(\alpha)}{n}}\right[\text{ est un intervalle de confiance de niveau } 2\alpha \text{ pour } \nu}$. Les autres propositions étaient erronées.

Correction 15. On se rappelle que $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ et que les X_i sont indépendantes et identiquement distribuées. Donc, pour étudier le comportement asymptotique de $\bar{X}_n$, on peut utiliser le Théorème de la limite centrale qui nous dit que

$$\underline{\sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - (\nu/2)}{\nu/2\sqrt{3}} \xrightarrow{n\to+\infty} \mathcal{N}(0,1)},$$

car $\mathbb{E}[X_1] = \nu/2$ et $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\mathrm{X}_1) = \nu^2/12$. Comme $\hat{\nu}_n$ est un estimateur consistant de ν, on a $\nu/\hat{\nu}_n \to 1$ et le Lemme de Slutsky nous dit que

$$\nu/\hat{\nu}_n\sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - (\nu/2)}{\nu/2\sqrt{3}} = \underline{\sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - (\nu/2)}{\hat{\nu}_n/2\sqrt{3}} \xrightarrow{n\to+\infty} \mathcal{N}(0,1)}.$$

Correction 16. Soit $\alpha \in]0,1[$, on a

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_\nu\left(u_\alpha \leq \sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - (\nu/2)}{\hat{\nu}_n/2\sqrt{3}} \leq t_\alpha\right) &= \mathbb{P}_\nu\left(\frac{u_\alpha}{2\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n \leq \bar{X}_n - (\nu/2) \leq \frac{t_\alpha}{2\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n\right) \\ &= \mathbb{P}_\nu\left(2\bar{X}_n - \frac{t_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n \leq \nu \leq 2\bar{X}_n - \frac{u_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n\right).\end{aligned}$$

Or, $\mathbb{P}_\nu\left(u_\alpha \leq \sqrt{n}\frac{\bar{X}_n-(\nu/2)}{\hat{\nu}_n/\sqrt{3}}\right) \xrightarrow{n\to\infty} \mathbb{P}\left(u_\alpha \leq \mathcal{N}(0,1) \leq t_\alpha\right) = 1-\alpha$ par la question précédente et $(\star\star)$. Donc, $\left[2\bar{X}_n - \frac{t_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n, 2\bar{X}_n - \frac{u_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n\right[$ est un I.C. asymptotique de niveau α pour ν. Comme on l'a vu au QCM 2 par exemple, on en déduit aussi que $\left[2\bar{X}_n - \frac{t_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n, 2\bar{X}_n - \frac{u_\alpha}{\sqrt{3n}}\hat{\nu}_n\right[$ est un I.C. asymptotique de niveau 2α pour ν.

Toutes les propositions étaient en fait erronées.

En particulier, il y avait une proposition d'intervalle de confiance qui dépendait de ν. Cette proposition était erronée par définition. En effet, un I.C. ne peut pas dépendre du paramètre que l'on souhaite estimer.