

Les Huit Reines

2002

Introduction

La résolution de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire peut être modélisée comme l'exploration d'un espace discret de solution à la recherche de celles qui répondent à certains critères. Parmi ces problèmes, on peut entre autres, citer les différents jeux de plateaux, comme les échecs.

Cet espace est souvent modélisé comme un vecteur de variables. Affecter une valeur à une des variables revient à se restreindre à une portion du sous-espace.

L'exploration de l'espace peut alors être modélisée comme l'exploration d'un arbre dont chaque noeud représente une portion de l'espace, la racine étant l'espace complet et où chaque arête allant de N_{pere} à N_{fils} représente une nouvelle restriction de l'espace de N_{pere} qui le limite à N_{fils} .

Il est possible qu'une restriction rende le sous-espace N_{fils} vierge de toute solution et que l'on puisse aisément le détecter, c'est-à-dire sans explorer le sous-espace.

Il est aussi possible que deux noeuds représentent des espaces isomorphes, dans le sens où l'exploration de l'un des deux suffit à fournir toutes les solutions des deux.

Ces deux optimisations dans le parcours des noeuds permettent de limiter la taille de l'arbre à explorer.

Le parallélisme permet d'explorer plusieurs noeuds à la fois de façon à traiter ces problèmes beaucoup plus rapidement.

Problème

Instance du problème: soit un échiquier de taille $N \times N$, placer N reines, sur N cases différentes, de façon à ce qu'aucune des reines ne puisse en prendre une autre.

Remarque: aux échecs, une reine est une pièce qui peut se déplacer, et donc prendre d'autres pièces, en ligne, en colonne et en diagonale.

Question: Combien y a-t-il de façon de placer les N reines ?

Remarque: On suppose ici que chaque reine est numérotée, c'est à dire que

```
R1| |      R2| |
--|--|-- et --|--|--
--|--|--   --|--|--
  |R2|      |R1|
```

sont des positions différentes.

Piste de réflexion

La résolution de ce problème peut se décomposer en trois volets:

- l'algorithmique de parcours de l'arbre, c'est-à-dire la façon dont on implémente de façon efficace ce genre d'algorithme.
- Les algorithmes pour limiter les portions de l'arbre réellement parcourues. Cela permet de diminuer de plusieurs ordres de grandeurs la longueur d'un calcul.
- La parallélisation des deux points précédents qui doit résoudre des problèmes d'équilibrage de la charge, de communication des informations ...

Références

- Un livre d'algorithmique traitant de théorie des jeux et d'exploration d'arbres de recherche