Mini-projet : FFT (transformée de Fourier Rapide) sur Hypercube

L'objectif premier de ce mini-projet est de proposer une implémentation de le la transformée de Fourier Rapide d'un vecteur f de $N=2^n$ complexes (avec $n \in \mathbb{N}$), distribuée sur un réseau de processus en topologie hypercubique et de discuter des performances obtenues. L'objectifs second est de discuter d'autres implémentations possibles en s'inspirant de [1] (et des autres documents fournis).

Nous rappelons la topologie de l'hypercube. Soit rang le numéro d'un processus (ou processeur). On définit une topologie d'hypercube de dimension n sur un réseau de taille 2^n par: soit $j_{n-1}, j_{n-2}, \ldots, j_1, j_0$ la numérotation en base deux de rang, c'est à dire $\forall l=0,\ldots,n-1,j_l\in\{0,1\}$ et

$${\tt rang} \; = \sum_{l=0}^{n-1} j_l 2^l,$$

les processus rangj = $\sum_{l=0}^{n-1} j_l 2^l$ et rangk = $\sum_{l=0}^{n-1} k_l 2^l$ sont voisins ssi $\exists ! l_0 \in \{0,\ldots,n-1\}, j_{l_0} \neq k_{l_0}$ (et $\forall l=0,\ldots,n-1, l \neq l_0 \Rightarrow j_l = k_l$)

- 1. A l'aide de MPI_Graph_create, construisez un hypercube de dimension p (comportant 2^p noeuds) avec MPI.
- 2. Nous supposons que p < n. Proposez une implémentation de la FFT sur un hypercube en supposant qu'à l'initialisation, le processeur 0 detient le vecteur f de taille 2^n . Vous proposez un algorithme tel que le processeur 0 détienne le résultat F en fin de calcul (pour le réaliser, vous vous aiderez du TD sur le FFT parallèle vue en cours et vous supposerez que vos processus ont accès à un algorithme séquentiel performant (algorithme de PEASE vue en M53) FFT(G,g,m) qui calule la FFT séquentiel de g de taille 2^m et retourne le résultat dans G.
- 3. Testez votre algorithme de FFT distribué en utilisant MPI.
- 4. Discutez d'autres implémentations possibles en vous aidant de la documentation fournie, ou de tout autres documents.

Références

[1] D. Gannon and W. Jalby The influence of memory hierarchy on algorithm organisation programming FFTs on a vector multiprocessor. Characteristics of parallel algorithms, MIT Press, 1987.XS