```
> restart:
> AbscisseGauss:=proc(l,w,alpha,beta)
   local ii, pi, x, sols, methode;

   # libération des noms de variables
   for ii from 0 to l do unassign(evaln(a.ii)); od;
   unassign('X');

   # recherche du polynôme orthogonal unitaire de degré l+1
   pi:=sum('a.i * X^i',i=0..l) + X^(l+1);

   # résolution de la condition d'orthogonalité
   sols:=solve({int((pi)*X^i*w(X),X=alpha..beta) $ i=0..l}):

   # évaluation du polynôme résultat
   pi.(l+1):=subs(sols,pi); print(pi.(l+1),ordre,2*l+1);

   # les racines de pi.(l+1) sont les Abscisses de Gauss
   # triées par ordre croissant.
   x:=array(0..l,sort([solve(pi.(l+1))],
  (x,y)->evalb(evalf(x)<evalf(y)) ));

   # recherche des coefficients lambda pour lesquels la méthode
   # est exacte pour la base 1, X, X^2, ..., X^l
   sols:=solve({int( w(X), X=alpha..beta) -
               sum('lambda[k]',k=0..l),
               int( w(X)*X^i, X=alpha..beta) -
               sum('lambda[k] * x[k]^i',k=0..l)
               $ i=1..l}):

   # évaluation des coefficients
   methode:=subs(sols,sum('lambda[k] * f(x[k])',k=0..l));

   end:
```

Gauss - Legendre : w(x):=1, sur [-1,1]

```
> AbscisseGauss(1,x->1,-1,1);
```

$$-\frac{1}{3}+X^2,\ ordre,\ 3$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)+f\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$$

```
> AbscisseGauss(2,x->1,-1,1);
```

$$-\frac{3}{5}X+X^3,\ ordre,\ 5$$

$$\frac{5}{9}f\left(-\frac{1}{5}\sqrt{15}\right)+\frac{8}{9}f(0)+\frac{5}{9}f\left(\frac{1}{5}\sqrt{15}\right)$$

```
> AbscisseGauss(3,x->1,-1,1);
```

$$\frac{3}{35} - \frac{6}{7}X^2 + X^4, \mathit{ordre}, 7$$

$$\left(-\frac{1}{36}\sqrt{30}+\frac{1}{2}\right)\mathrm{f}\left(-\frac{1}{35}\sqrt{525+70\sqrt{30}}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{36}\sqrt{30}\right)\mathrm{f}\left(-\frac{1}{35}\sqrt{525-70\sqrt{30}}\right)$$
$$+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{36}\sqrt{30}\right)\mathrm{f}\left(\frac{1}{35}\sqrt{525-70\sqrt{30}}\right)+\left(-\frac{1}{36}\sqrt{30}+\frac{1}{2}\right)\mathrm{f}\left(\frac{1}{35}\sqrt{525+70\sqrt{30}}\right)$$

```
> AbscisseGauss(4,x->1,-1,1);
```

$$\frac{5}{21}X - \frac{10}{9}X^3 + X^5, \mathit{ordre}, 9$$

$$\left(\frac{161}{450}-\frac{13}{900}\sqrt{70}\right)\mathrm{f}\left(-\frac{1}{21}\sqrt{245+14\sqrt{70}}\right)+\left(\frac{161}{450}+\frac{13}{900}\sqrt{70}\right)\mathrm{f}\left(-\frac{1}{21}\sqrt{245-14\sqrt{70}}\right)$$
$$+\frac{128}{225}\mathrm{f}(0)+\left(\frac{161}{450}+\frac{13}{900}\sqrt{70}\right)\mathrm{f}\left(\frac{1}{21}\sqrt{245-14\sqrt{70}}\right)$$
$$+\left(\frac{161}{450}-\frac{13}{900}\sqrt{70}\right)\mathrm{f}\left(\frac{1}{21}\sqrt{245+14\sqrt{70}}\right)$$

Gauss - Tchebychev : w(x) = 1/sqrt(1-x^2), sur [-1,1]

```
> AbscisseGauss(2,x->1/sqrt(1-x^2),-1,1);
```

$$-\frac{3}{4}X + X^3, \mathit{ordre}, 5$$

$$\frac{1}{3}\pi\,\mathrm{f}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)+\frac{1}{3}\pi\,\mathrm{f}(0)+\frac{1}{3}\pi\,\mathrm{f}\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

```
> GT3:=AbscisseGauss(3,x->1/sqrt(1-x^2),-1,1);
```

$$\frac{1}{8} - X^2 + X^4, \mathit{ordre}, 7$$

$$GT3 := \frac{1}{4}\pi\,\mathrm{f}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)+\frac{1}{4}\pi\,\mathrm{f}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)+\frac{1}{4}\pi\,\mathrm{f}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)+\frac{1}{4}\pi\,\mathrm{f}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$$

Génération du programme C correspondant :

```
> readlib(C):
> printf ( `double gauss( double (*f) (double)) {\n      double
  res,t0,t1,t2,t3,t4,t5,t6;\n`); C([ res = factor(GT3)],optimized
  ); printf(`      return res ;\n}`);
double gauss( double (*f) (double)) {
      double res,t0,t1,t2,t3,t4,t5,t6;
      t1 = sqrt(2.0);
      t3 = sqrt(2.0+t1);
      t6 = sqrt(2.0-t1);
      res = 0.3141592653589793E1*(f(-t3/2)+f(-t6/2)+f(t6/2)+f(t3/2))/4;
      return res ;
}
```