

Exercices de Statistique

<http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/STA230/>

Réponses numériques

Les calculs ont été effectués en utilisant un logiciel ; à cause des erreurs d'arrondis, il peut y avoir des différences mineures avec les calculs effectués à partir des tables de valeurs statistiques.

1 Données et Modèles

1.1 Distributions empiriques

Exercice 1.1.2.

3.

âge	21	22	23	24	25	26	27	28
fréq.	0.116	0.116	0.093	0.070	0.070	0.116	0.023	0.093
âge	29	30	31	32	33	34	35	
fréq.	0.070	0.047	0.070	0.047	0.023	0.023	0.023	

5. 26.256, 15.586, 3.948

6.

âge	21	22	23	24	25	26	27	28
fréq. cum.	0.116	0.233	0.326	0.395	0.465	0.581	0.605	0.698
âge	29	30	31	32	33	34	35	
fréq. cum.	0.767	0.814	0.884	0.930	0.953	0.977	1.000	

7. 0.349

8. 23, 26, 29

Exercice 1.1.3.

1. 0.667

2. 0.444

3. (0.5, -1.0, 2.0, 0.5, 0.5, -1.0, 0.5, -1.0, -1.0)

Exercice 1.1.4.

1. 0.722
2. 0.235
3. (0.985, -1.077, 1.810, 0.779, 0.367, -0.871, -0.046, -1.283, -0.665)

1.2 Probabilités et probabilités conditionnelles**Exercice 1.2.2.**

1. 0.35, 0.45, 0.20, 0.6, 0.4.
2. $1/2$, $1/3$, $1/6$
3. $1/8$, $5/8$, $1/4$
4. $6/7$, $1/7$

Exercice 1.2.3.

1. 0.087
2. 0.437
3. 0.001
4. 0.039

Exercice 1.2.4.

1.

Groupe	O	A	B	AB
Prob.	0.440	0.453	0.074	0.033
2.

Groupe	O	A	B	AB
Prob.	0.440	0.453	0.074	0.033
3.

Groupe	O	A	B	AB
Prob.	0.440	0.453	0.075	0.031
4. 0.159, 0.162

1.3 Loi binomiale**Exercice 1.3.2.**

1. 0.81, 0.18, 0.01
2. (a) $\mathcal{B}(4, 0.1)$, 0.4, 0.36
(b) 0.9963
(c) 0.0523
3. (a) 0.3487
(b) 0.0016

Exercice 1.3.3.

1. (a) 0.1780
(b) 0.3560
(c) 0.4661
2. oui
3. 0.0376 non

1.4 Loi hypergéométrique**Exercice 1.4.2.**

1. $\mathcal{H}(32, 4, 8)$, 1, 0.2955, 0.2542
2. $\mathcal{H}(32, 8, 16)$, 4, 0.0012, 0.9814
3. $\mathcal{H}(52, 12, 13)$, 3, 0.0189, 0.8755
4. $\mathcal{H}(49, 6, 6)$, 0.7347, 0.4360, 0.1510

1.5 Loi normale**Exercice 1.5.2.**

1. (a) 0.0735
(b) 0.8604
(c) 0.9596
2. (a) 0.3319
(b) -0.3319
(c) 0.8965

Exercice 1.5.3.

1. $\mathcal{N}(-3, 4)$
2. 0.3085
3. 0.3072

Exercice 1.5.4.

1. (a) 0.7257
(b) 0.8413
(c) 0.1702
2. (a) 4.6593
(b) 1.3407
(c) 4.4825

Exercice 1.5.5.

1. 0.0228
2. 0.8664
3. 0.0668, 0.8185
4. 0.6382

Exercice 1.5.6.

1. 0.5662
2. 3 034 926
3. $4.42 \cdot 10^{-7}$
4. 0.7560

1.6 Approximation d'une loi binomiale par une loi normale**Exercice 1.6.2.**

1. $\mathcal{B}(150000, 0.4) \simeq \mathcal{N}(60000, 36000)$
2. 0.0041
3. 60243

Exercice 1.6.3.

1. 0.0384
2. 0.0217

Exercice 1.6.4.

1. 0.7924
2. 10.83

Exercice 1.6.5.

1. 0.0228
2. 0.2918
3. 55

Exercice 1.6.6.

1. 0.3264
2. 211

2 Estimation paramétrique

2.1 Estimation ponctuelle

Exercice 2.1.2.

1. 1.9, 0.9889
2. 0.6333

Exercice 2.1.3.

1. 1.6
2. 0.722, 0.264

2.2 Intervalles de confiance pour un échantillon gaussien

Exercice 2.2.2.

1. 4.72, 1.8716
2. [3.6884 ; 5.7516]
3. [0.9839 ; 6.9308]
4. [3.8523 ; 5.5877]
5. 53

Exercice 2.2.3.

1. 70.3333, 25.8889
2. [67.7297 ; 72.9370], [67.1656 ; 73.5011], [66.7567 ; 73.9099]
3. [15.435 ; 61.606], [13.948 ; 72.724], [13.046 ; 81.795]
4. [67.9777 ; 72.6890], [67.5374 ; 73.1293], [67.2375 ; 73.4291]

Exercice 2.2.4.

1. [4.3371 ; 4.4229]
2. 0.7698
3. 166
4. [0.051 ; 0.207]
5. [4.2851 ; 4.4749]

Exercice 2.2.5.

1. [5.4757 ; 10.2043], [4.5255 ; 11.1545]
2. [7.8713 ; 41.7117], [6.4909 ; 59.7599]

Exercice 2.2.6.

1. [49.1339 ; 54.8661], [48.0221 ; 55.9779]
2. [3.7891 ; 8.1623]

2.3 Int. de conf. d'une espérance pour un grand échantillon

Exercice 2.3.2. [50.5139 ; 52.4861], [50.2040 ; 52.7960]

Exercice 2.3.3. [40.1904 ; 41.4096], [40.0765 ; 41.5235], [39.9989 ; 41.6011]

Exercice 2.3.4. [26.8218 ; 28.3782], [26.6664 ; 28.5336]

Exercice 2.3.5.

1. [7.7805 ; 7.8595], [7.7729 ; 7.8671], [7.7581 ; 7.8819]

2. [6.6802 ; 6.8198], [6.6668 ; 6.8332], [6.6407 ; 6.8593]

2.4 Int. de conf. d'une probabilité pour un grand échantillon

Exercice 2.4.2. [0.3767 ; 0.4633], [0.3631 ; 0.4769]

Exercice 2.4.3.

1. 0.8

2. [0.7445 ; 0.8555]

3. 6147

3 Tests statistiques

3.1 Règles de décision, seuil et p-valeur

Exercice 3.1.2.

1. $\mathcal{H}_0 : \mu = 1000$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 1000$. Rejet de \mathcal{H}_0 si $X \notin [960.8 ; 1039.2]$ (5%) ou $X \notin [948.4 ; 1051.6]$ (1%).

2. $\mathcal{H}_0 : \mu = 1000$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu > 1000$. Rejet de \mathcal{H}_0 si $X > 1032.9$ (5%) ou $X > 1046.6$ (1%).

3. 0.1841, 0.3681

4. $\mathcal{H}_0 : \mu = 1000$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu < 1000$. Rejet de \mathcal{H}_0 si $X < 967.1$ (5%) ou $X < 953.5$ (1%).

5. 0.1841, 0.3681

Exercice 3.1.3.

1. $\mathcal{H}_0 : \mu = 150$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu < 150$. Rejet de \mathcal{H}_0 si $X < 141.8$

2. 0.0228 ; oui à 5% ; non à 1%

Exercice 3.1.4.

1. $\mathcal{H}_0 : \mu = 30$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu > 30$. Rejet de \mathcal{H}_0 si $X > 36.58$ (5%) ou $X > 39.31$ (1%).

2. $\mathcal{H}'_0 : \mu = 30$ contre $\mathcal{H}'_1 : \mu < 30$. Rejet de \mathcal{H}'_0 si $X < 23.42$ (5%) ou $X < 20.69$ (1%).

3.2 Tests sur un échantillon

Exercice 3.2.2.

1. rejet de \mathcal{H}_0 si $\bar{X} \notin [983.7, 1016.3]$; 0.0820
2. rejet de \mathcal{H}_0 si $\bar{X} > 1014.7$; 0.0410
3. rejet de \mathcal{H}_0 si $\bar{X} \notin [994.8, 1005.2]$; 0.0124
rejet de \mathcal{H}_0 si $\bar{X} > 1004.7$; 0.0062
4. Non : p-valeur=0.0047
5. Non : p-valeur=0.1647

Exercice 3.2.3.

1. $\mathcal{H}_0 : \mu = 150$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu < 150$; $T = \sqrt{4}(\bar{X} - 150)/5$; rejet de \mathcal{H}_0 si $T < -1.6449$
2. $T = -3.5$; rejet de \mathcal{H}_0 ; pas de risque; p-valeur 0.0002
3. $\mathcal{H}_0 : \mu = 150$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu < 150$; $T = \sqrt{3}(\bar{X} - 150)/\sqrt{(S^2)}$; rejet de \mathcal{H}_0 si $T < -2.3534$
4. $T = -2.7358$; rejet de \mathcal{H}_0 ; pas de risque; p-valeur 0.0358

Exercice 3.2.4.

1. 0.0105 significativement plus légers
2. $T = \sqrt{29}(\bar{X} - 3400)/\sqrt{S^2}$; rejet de \mathcal{H}_0 si $T < -1.6991$; $T = -2.0226$; significativement plus légers; p-valeur = 0.0262
3. non; p-valeur = 0.1291
4. 0.0031; significativement plus légers.

Exercice 3.2.5.

1. 21.2533, 0.4812
2. \mathcal{H}_0 acceptée; p-valeur = 0.2048
3. $T = 1.3665$; rejet de \mathcal{H}_0 si $T > 1.7613$; \mathcal{H}_0 acceptée
4. p-valeur = 0.0967

Exercice 3.2.6.

1. $T = -4.3901$; rejet de \mathcal{H}_0 si $T < -1.8331$; le traitement diminue le poids moyen
2. p-valeur = 0.0009

Exercice 3.2.7.

1. $T = \sqrt{10}\bar{X}/\sqrt{S^2}$, où \bar{X} et S^2 sont la moyenne et la variance empiriques des différences Pneus A - Pneus B.
2. $\mathcal{H}_0 : \mu = 0$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 0$

3. $\mathcal{H}_0 : \mu = 0$ contre $\mathcal{H}_1 : \mu > 0$
4. $T = 1.789$. Pas de différence significative (p-valeur = 0.1039); pas d'amélioration significative (p-valeur = 0.0520)

Exercice 3.2.8.

1. $T = \sqrt{8}\bar{X}/\sqrt{S^2}$, où \bar{X} et S^2 sont la moyenne et la variance empiriques des différences Avant - Après.
2. p-valeur = 0.0082; amélioration significative

Exercice 3.2.9.

1. 0.3882
2. $T = 35.8276$; p-valeur = 0.0011; oui
3. $T = 1.87$; p-valeur = 0.0412; oui au seuil de 5%, non au seuil de 1%
4. $T = 1.2060$; p-valeur = 0.1139; non

Exercice 3.2.10. $T = -1.6330$; p-valeur = 0.0512; non

Exercice 3.2.11. $T = 1.2344$; p-valeur = 0.1085; non

Exercice 3.2.12.

1. $T = 12.9176$; p-valeur $\simeq 0$; oui
2. $T = 12.5189$; p-valeur $\simeq 0$; oui
3. $T = 4.8741$; p-valeur $\simeq 0$; oui

3.3 Comparaison de deux échantillons indépendants

Exercice 3.3.2.

2. $T = 0.5942$; $1/T = 1.6830$; égalité des variances acceptée; p-valeur = 0.3507
3. $T = -7.8661$; p-valeur = 0; oui
4. oui

Exercice 3.3.3.

2. $T = 1.2731$; égalité des variances acceptée; p-valeur = 0.6930
3. $T = -1.1423$; p-valeur = 0.1338 non

Exercice 3.3.4.

2. $T = 2.2623$; égalité des variances acceptée; p-valeur = 0.2693
3. $T = 1.7458$; p-valeur = 0.1000 non

Exercice 3.3.5. $T = 17.209$; p-valeur = 0.0001393

Exercice 3.3.6.

2. $T = 2.3695$; égalité des variances acceptée ; p-valeur = 0.2438
3. p-valeur = 0.8062 pas de différence significative

Exercice 3.3.7. $T = -0.2076$; p-valeur = 0.4178 l'engrais n'est pas efficace

Exercice 3.3.8.

3. p-valeur = 0.1126 ; pas de différence significative

Exercice 3.3.9.

2. p-valeur = 0.2172 ; pas de différence significative

3.4 Test du khi-deux d'ajustement

Exercice 3.4.2.

1. $T = 186.7659$; p-valeur $\simeq 0$; oui
2. $T = 9.0997$; p-valeur = 0.0026 ; oui
3. $T = 23.7566$; p-valeur = $1.1 \cdot 10^{-6}$; oui
4. $T = 169.0597$; p-valeur $\simeq 0$; oui
5. $T = 6.0658$; p-valeur = 0.1085 ; non

Exercice 3.4.3. $T = 15.7726$; p-valeur = 0.0013 ; différence significative

Exercice 3.4.4.

1. $T = 3.3404$; p-valeur = 0.3421 ; différence non significative
2. $T = 1.4136$; p-valeur = 0.2345 ; différence non significative

Exercice 3.4.5.

1. $T = 14.2054$; p-valeur = 0.1152 ; différence non significative
2. $T = 8.4226$; p-valeur = 0.2968 ; différence non significative

3.5 Test du khi-deux de contingence

Exercice 3.5.2.

2. $T = 17.9167$
3. p-valeur = 0.00013 ; oui

Exercice 3.5.3.

2. $T = 3.1988$
3. p-valeur = 0.0737 ; oui

Exercice 3.5.4.

1. $T = 0.0777$
2. p-valeur = 0.9619 ; les deux variables sont indépendantes

Exercice 3.5.5.

2. $T = 0.8433$
3. p-valeur = 0.3585 ; les deux variables sont indépendantes

Exercice 3.5.6.

1. $T = 138.290$
2. p-valeur $\simeq 0$; non

4 Régression linéaire

4.1 Droite de régression et prédiction ponctuelle

Exercice 4.1.2.

1. 0.8703
2. $y = 2.8253x - 127.4796$
3. 42.04

Exercice 4.1.3.

1. -0.9936
2. -0.0054 ; 12.5952 ; 0.1931
3. 6.6929

Exercice 4.1.4.

1. 0.8919
2. 1.2292 ; -7.6042 ; 4.1953
3. 53.85 ; 29.27

Exercice 4.1.5.

1. 0.9882
2. 0.0513 ; -5.3129 ; 0.0145
3. 2.8969

Exercice 4.1.6.

1. 0.9741
2. $y = 0.3817x + 2.7835$
3. 14.12

4.2 Intervalles de confiance et de prédiction

Exercice 4.2.2.

1. $[2.30; 3.35]$, $[-156.6; -98.3]$
2. $[37.73; 46.34]$
3. $[17.97; 66.10]$

Exercice 4.2.3.

1. $[-0.0059; -0.0048]$, $[11.56; 13.63]$
2. $[6.15; 7.24]$
3. $[5.54; 7.85]$

Exercice 4.2.4.

1. $[0.48; 1.97]$, $[-37.71; 22.50]$
2. $[21.13; 37.41]$
3. $[18.62; 39.92]$

Exercice 4.2.5.

1. $[0.043; 0.060]$, $[-6.57; -4.07]$
2. $[2.78; 3.02]$
3. $[2.49; 3.30]$

Exercice 4.2.6.

1. $[0.21; 0.55]$, $[2.61; 2.96]$
2. $[12.53; 15.91]$
3. $[11.55; 17.25]$

4.3 Tests sur une régression

Exercice 4.3.2.

1. $T = 11.0375$; p-valeur $\simeq 0$; pertinence acceptée
2. $T = -0.6824$; p-valeur = 0.2495 \mathcal{H}_0 acceptée.
3. 62.082

Exercice 4.3.3.

1. $T = -24.89$; p-valeur $\simeq 0$; pertinence acceptée
2. $T = -7.02$; p-valeur $\simeq 0$; oui

Exercice 4.3.4.

1. $T = 5.578$; p-valeur = 0.0005; pertinence acceptée
2. $\mathcal{H}_0 : a = 1$ contre $\mathcal{H}_1 : a \neq 1$; $T = 1.04$; p-valeur = 0.3288; \mathcal{H}_0 acceptée
 $\mathcal{H}_0 : b = 0$ contre $\mathcal{H}_1 : b \neq 0$; $T = -0.8477$; p-valeur = 0.4213; \mathcal{H}_0 acceptée
3. $T = -2.9214$; p-valeur = 0.0096; oui

Exercice 4.3.5.

1. $T = 20.366$; p-valeur $\simeq 0$; pertinence acceptée
2. $T = -6.3328$; p-valeur $\simeq 0$; oui

Exercice 4.3.6.

1. $T = 7.4640$; p-valeur = 0.0050; pertinence acceptée
2. $T = 5.5439$; p-valeur = 0.0058; oui