

Décomposition en valeurs singulières

1. Déterminer les valeurs singulières de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Déterminer les valeurs singulières de la matrice

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Déterminer la décomposition en valeurs singulières de la matrice

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Déterminer la décomposition en valeurs singulières de la matrice

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Trouver l'approximation de rang-1 de

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

6. Montrer que pour $x \neq 0$

$$\max_x \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \sigma_1$$

avec σ_1 la plus grande valeur propre de $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.