TD 06 – Alternance

Exercice 1. NL *underground*

1. Montrer que NL peut être définie comme suit : $L \in \mathsf{NL}$ s'il existe une machine déterministe M avec un ruban d'entrée classique, un ruban d'entrée spécial à lecture unique, qui utilise un espace au plus logarithmique sur ses autres rubans, et telle que

$$x \in L \iff \exists\, u \in \{0,1\}^{\mathsf{poly}(|x|)} \text{ tel que } M(x,u) = 1$$

   où $M(x,u)$ est le résultat de l'exécution de M lorsque x est placé sur le ruban d'entrée et u sur le ruban spécial.

2. Que se passe-t-il si le ruban spécial n'est plus à lecture unique (mais qu'il est simplement à lecture seule). Expliquer en particulier les différences avec la preuve précédente.

Exercice 2. *À cours d'égalités*

1. Montrer que pour toute fonction constructible en espace $s(n) > \log n$, $\mathsf{NSPACE}(s(n)) = \mathsf{coNSPACE}(s(n))$.
2. On définit $\mathsf{AP} = \bigcup_c \mathsf{ATIME}(n^c)$. Montrer qu'$\mathsf{AP} = \mathsf{PSPACE}$.

Exercice 3. *Dangereusement Polynomial*

Définition. $\mathsf{DP} = \{L_{\mathsf{NP}} \cap L_{\mathsf{coNP}} : L_{\mathsf{NP}} \in \mathsf{NP} \text{ et } L_{\mathsf{coNP}} \in \mathsf{coNP}\}$.

1. Comparer DP et $\mathsf{NP} \cap \mathsf{coNP}$.

Soit ExactIndSet $= \{\langle G, k\rangle$: la taille du plus grand stable [1] de G est exactement $k\}$.

2. Montrer que ExactIndSet $\in \Sigma_2^{\mathsf{p}} \cap \Pi_2^{\mathsf{p}}$.
3. Montrer que ExactIndSet $\in \mathsf{DP}$.
4. Montrer que tout langage de DP se réduit polynomialement à ExactIndSet.

1. Un stable dans un graphe est un ensemble de sommets n'ayant aucune arête entre eux.